

УДК 624.041

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСТЕННОГО
Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ С ОТБОРТОВКОЙ И С ЗАКРУГЛЕНИЯМИ
С УЧЕТОМ ИЗГОТОВЛЕНИЯ**

Волков Владимир Павлович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Кустова Ольга Владимировна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

соискатель.

Аннотация

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с отбортовкой и с закруглением с учетом изготовления при расчете его на растяжение и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

Ключевые слова: гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

**GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED
Z-SHAPED ROD WITH EDGE AND WITH ANY CURVINGS
WITH MANUFACTURE**

Volkov Vladimir Pavlovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department «Mechanics».

Kustova Olga Vladimirovna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Post-graduate student.

Abstract

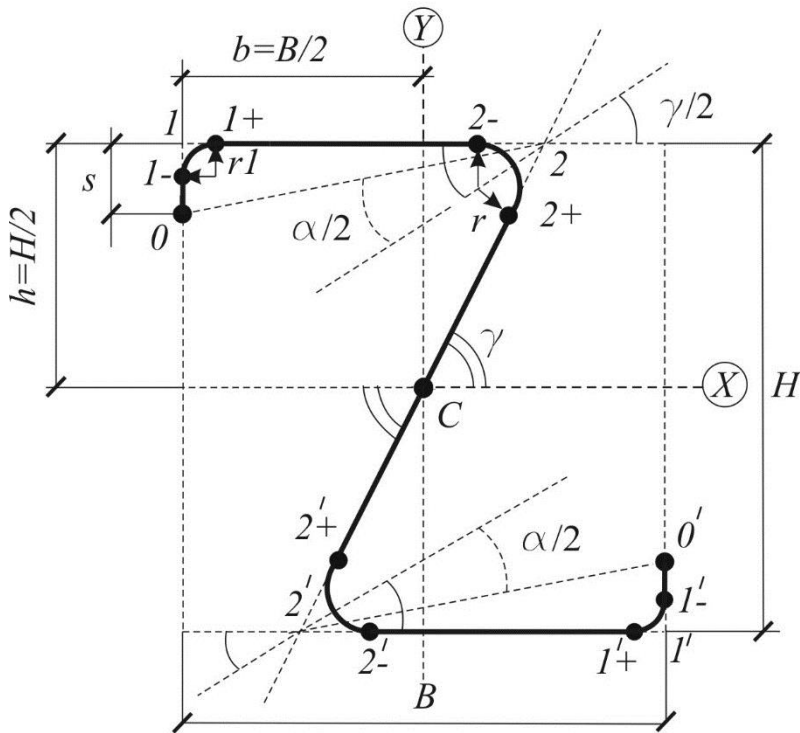
Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with edge and with any curving with manufacture for calculation this on tension, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Keywords: buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения (рисунок 1): XU – главные центральные оси сечения; $B=2b$ – габаритная ширина срединной линии профиля сечения; $H=2h$ – габаритная высота срединной линии профиля сечения; L – полная длина срединной линии профиля сечения; r – радиус закругления срединной линии стенки с полкой; R – наибольший радиус закругления срединной линии стенки с полкой; γ – угол между наклонной стенкой профиля и осью X ; α – угол станка, изготавливающего Z-образный профиль, или угол, определяющий длину отбортовки s ; $b_h = b/h = B/H$ – относительная ширина профиля сечения; $s_h = s/h$ – относительная длина отбортовки; $r_h = r/h$ – относительный радиус закругления профиля сечения; r_1 – радиус закругления срединной линии полки с отбортовкой; $r_{1h} = r_1/h$ – относительный радиус закругления отбортовки.

В статье рассматривается задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с отбортовкой s , с закруглениями r и r_1 с учетом изготовления (рисунок 1), т.е. определяется относительная ширина

сечения b_h , при заданных значениях углов α и γ , где $\alpha \leq \gamma$ и величин r и r_1 , когда XY – главные центральные оси сечения.



Дано: $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$;

$0 \leq \alpha \leq \gamma$;

$0 \leq r_h \leq \frac{\cos \gamma}{1 + \cos \gamma}$.

$0 \leq r_{1h} \leq s_h$.

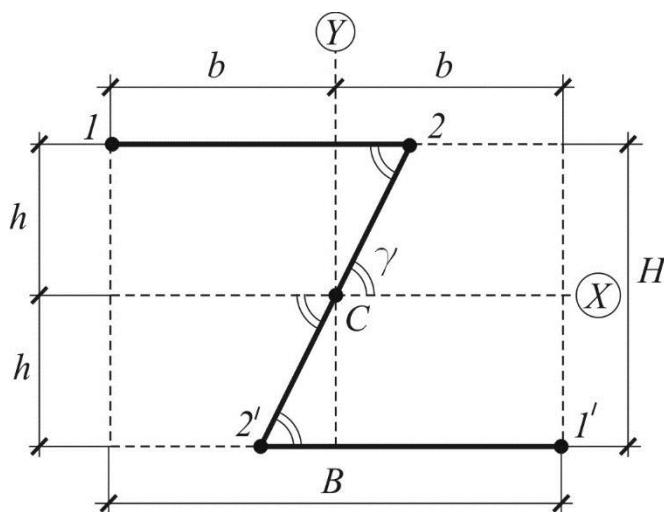
Найти: b_h – ? где

$$s = \left(b + \frac{h}{\tan \gamma} - \frac{r}{\tan \gamma/2} \right) \cdot \tan \frac{\gamma - \alpha}{2}.$$

Рисунок 1 – Z-образное сечение

(C – центр симметрии)

Относительные геометрические размеры тонкостенного Z-образного сечения постоянной толщины δ без учета закругления и без отбортовки (частный случай при $\alpha = \gamma, r_h = 0$, рисунок 2) определяются из [1]:



$$b_h = \frac{1}{\tan \gamma} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{2}{3 \cdot \cos \gamma} \right)};$$

$$\frac{L}{H} = b_h + \frac{1 + \cos \gamma}{\sin \gamma}.$$

Рисунок 2 – Z-образное сечение без закругления и без отбортовки

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с учетом закругления r , но без отбортовки (частный случай при $\alpha = \gamma$, рисунок 3) рассмотрена в [2], [3].

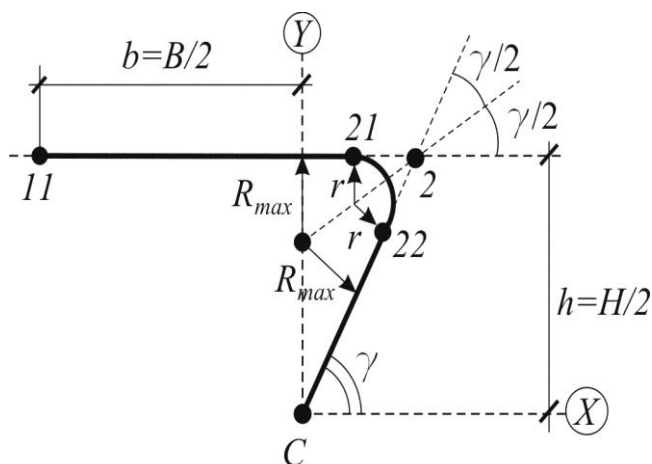


Рисунок 3 – Верхняя половина сечения с закруглением

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения, равноудаленного от оси Y, постоянной толщины δ с отбортовкой s и закруглением r рассмотрены соответственно в [4], [5].

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с отбортовкой s с учетом изготовления (частный случай при $r_h = 0$, рисунок 4) рассмотрена в [6]:

b_h из решения уравнения:

$$\begin{aligned}
 & b_h^3 \cdot \left(\tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \right)^2 + \\
 & b_h^2 \cdot \left(2 \cdot \tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \cdot \left(\frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} - 1 \right) - 1 \right) + \\
 & b_h \cdot \frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} \cdot \left(\frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} - 2 \right) + \\
 & \left(\left(\frac{2}{3 \cdot \sin \gamma} + \frac{1}{\tan \gamma} \right) \cdot \frac{1}{\tan \gamma} \right) = 0.
 \end{aligned}$$

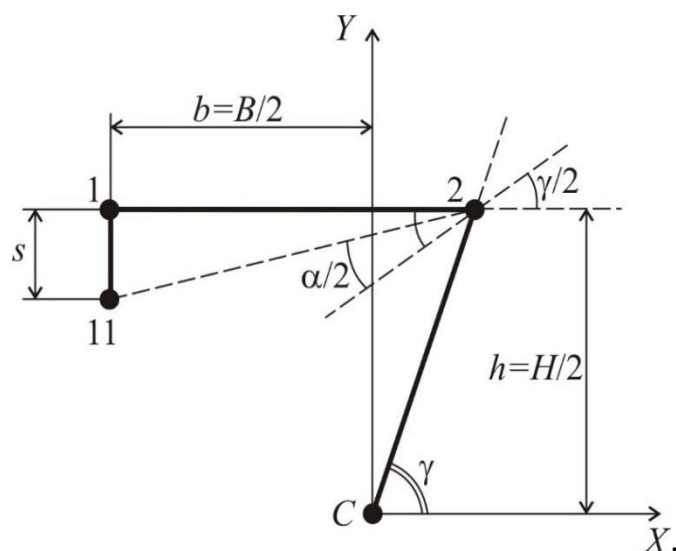


Рисунок 4 – Верхняя половина сечения (С – центр симметрии)

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с отбортовкой s и с одиночным закруглением r с учетом изготовления (частный случай при $r_{1h} = 0$, рисунок 5) рассмотрена в [7].

Учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения (рисунок 1).

Декартовы координаты x, y характерных точек и длины соответствующих участков l (рисунок 1):

$$x_{2-} = \frac{h}{\tan \gamma} - \frac{r}{\tan \gamma/2}, y_{2-} = h,$$

$$x_{2+} = x_{2-} + r \cdot \sin \gamma, y_{2+} = h - r - r \cdot \cos \gamma, l_{2+} = \frac{h}{\sin \gamma} - \frac{r}{\tan \gamma/2};$$

$$x_0 = -b, y_0 = h - s, l_{01-} = s - r_1;$$

$$x_{1-} = -b, y_{1-} = h - r_1, l_{1+2-} = b - r_1 + x_{2-};$$

$$x_{1+} = -b + r_1, y_{1+} = h, l_{1+} = \sqrt{x_{1+}^2 + y_{1+}^2}.$$

Центральные оси X, Y (рисунок 1) являются главными [7], если

$$I_{XY} = \int_0^{L/2} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0,$$

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{s} - r_1) \cdot \mathbf{b} \cdot \left(h - \frac{r_1}{2} - \frac{\mathbf{s}}{2} \right) + \frac{h \cdot (\mathbf{b} - r_1)^2}{2} + \\
& + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\mathbf{b} - r_1 + r_1 \cdot \sin \varphi) \cdot (h - r_1 + r_1 \cdot \cos \varphi) \cdot r_1 \cdot d\varphi = \\
& = \frac{x_{2-}^2 \cdot y_{2-}}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} + \int_0^\beta (x_{2-} + r \cdot \sin \varphi) \cdot (h - r + r \cdot \cos \varphi) \cdot r \cdot d\varphi, \\
& - \frac{\mathbf{s}^2 \cdot \mathbf{b}}{2} + \mathbf{s} \cdot \mathbf{b} \cdot h + \frac{h \cdot \mathbf{b}^2}{2} - \left(2 \cdot h - \frac{r_1}{2} \right) \cdot r_1 \cdot \mathbf{b} + \frac{h}{2} \cdot r_1^2 + \\
& + r_1 \cdot \left((\mathbf{b} - r_1) \cdot \left((h - r_1) \cdot \frac{\pi}{2} + r_1 \right) + \left(h - \frac{r_1}{2} \right) \cdot r_1 \right) = \\
& = \frac{x_{2-}^2 \cdot h}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} + \\
& + r \cdot \left((x_{2-} \cdot \beta + r \cdot (1 - \cos \beta)) \cdot (h - r) + \left(x_{2-} + \frac{r \cdot \sin \beta}{2} \right) \cdot r \cdot \sin \beta \right).
\end{aligned}$$

Введём обозначения

$$\theta = \tan \frac{\gamma - \alpha}{2}, x_h = \frac{1}{\tan \gamma} - \frac{r_h}{\tan \gamma / 2}, \theta x_h = \theta \cdot x_h, \beta = \pi - \gamma,$$

тогда $s_h = (\mathbf{b}_h + x_h) \cdot \theta \leq 1$ и относительное значение $\mathbf{b}_h > 0$ найдём из решения кубического уравнения:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{b}_h^3 \cdot \theta^2 + \mathbf{b}_h^2 \cdot (\theta \cdot (\theta x_h - 1) \cdot 2 - 1) + \\
& + \mathbf{b}_h \cdot \left(\theta x_h \cdot (\theta x_h - 2) + r_{1h} \cdot \left((4 - r_{1h}) - ((1 - r_{1h}) \cdot \pi + 2 \cdot r_{1h}) \right) \right) + \\
& + r_{1h}^2 \cdot (1 - r_{1h}) \cdot (\pi - 3) + \\
& + r_h \cdot \left((x_h \cdot \beta + r_h \cdot (1 - \cos \beta)) \cdot (1 - r_h) + \left(x_h + \frac{r_h \cdot \sin \beta}{2} \right) \cdot r_h \cdot \sin \beta \right) + \\
& + x_h^2 + \frac{2}{3} \cdot \left(x_h + \frac{r_h}{\sin \gamma} \right) \cdot (1 - r_h \cdot (1 + \cos \gamma)) \cdot \left(\frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\tan \gamma / 2} \right) = 0, (1)
\end{aligned}$$

причём $r_{1h} \leq s_h$, а угол $\gamma_{1+} = \tan^{-1} \frac{\mathbf{b} - r_1}{h} = \tan^{-1}(\mathbf{b}_h - r_{1h})$.

Относительные координаты и длины участков:

$$x_{1+h} = \frac{x_{1+}}{h}; x_{2+h} = \frac{x_{2+}}{h};$$

$$y_{0h} = \frac{y_0}{h}; y_{1-h} = \frac{y_{1-}}{h}; y_{2+h} = \frac{y_{2+}}{h};$$

$$l_{01-h} = \frac{l_{01-}}{h}; l_{1+2-h} = \frac{l_{1+2-}}{h}; l_{2+h} = \frac{l_{2+h}}{h};$$

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля L/H :

$$l_h = \frac{L/2}{h} \Rightarrow (\theta + 1) \cdot (\mathbf{b}_h + x_h) + r_{1h} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2\right) + r_h \cdot \beta + \left(\frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\tan^{\gamma/2}}\right), \quad (2)$$

$$\text{где } L/2 = \mathbf{s} + \mathbf{b} + r_1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2\right) + x_{2-} + r \cdot \beta + l_{2+}.$$

Главные осевые моменты инерции определяются по формулам:

$$I_X = \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} y^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{l_{01-}}{3} \cdot (y_0^2 + y_{1-}^2 + y_0 \cdot y_{1-}) + l_{1+2-} \cdot h^2 + \frac{l_{2+}}{3} \cdot y_{2+}^2 + \\ + \int_0^{\pi/2} (h - r_1 + r_1 \cdot \sin \varphi)^2 \cdot r_1 \cdot d\varphi + \int_0^{\beta} (h - r + r \cdot \cos \varphi)^2 \cdot r \cdot d\varphi \end{array} \right\}$$

$$I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow \frac{l_{01-h}}{3} \cdot (y_{0h}^2 + y_{1-h}^2 + y_{0h} \cdot y_{1-h}) + l_{1+2-h} + \frac{l_{2+h}}{3} \cdot y_{2+h}^2 +$$

$$+ r_{1h} \cdot \left[(1 - r_{1h})^2 \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot r_{1h} \cdot (1 - r_{1h}) + r_{1h}^2 \cdot \frac{\pi}{4} \right] +$$

$$+ r_h \cdot \left[(1 - r_h)^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot (1 - r_h) \cdot \sin \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta - \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right]; \quad (3)$$

$$I_Y = \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} x^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ \begin{array}{l} l_{01-} \cdot \mathbf{b}^2 + \frac{l_{1+2-}}{3} \cdot (x_{1+}^2 + x_{2-}^2 + x_{1+} \cdot x_{2-}) + \frac{l_{2+}}{3} \cdot x_{2+}^2 + \\ + \int_0^{\pi/2} (b - r_1 + r_1 \cdot \cos \varphi)^2 \cdot r_1 \cdot d\varphi + \int_0^{\beta} (x_{2-} + r \cdot \sin \varphi)^2 \cdot r \cdot d\varphi \end{array} \right\}$$

$$I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow l_{01-h} \cdot \mathbf{b}_h^2 + \frac{l_{1+2-h}}{3} \cdot (x_{1+h}^2 + x_h^2 + x_{1+h} \cdot x_h) + \frac{l_{2+h}}{3} \cdot x_{2+h}^2 +$$

$$+ r_{1h} \cdot \left[(\mathbf{b}_h - r_{1h})^2 \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot r_{1h} \cdot (\mathbf{b}_h - r_{1h}) + r_{1h}^2 \cdot \frac{\pi}{4} \right] +$$

$$+ r_h \cdot \left[x_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot x_h \cdot (1 + \cos \gamma) + r_h^2 \cdot \frac{\beta + \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right]. \quad (4)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h},$$

$$W_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}; \quad (5)$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b},$$

$$W_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \frac{1}{b_h} \cdot I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}. \quad (6)$$

Для нахождения главного секториального момента инерции сечения (рисунок 1) $I_\omega = \int_A \bar{\omega}^2(s) \cdot dA$ введем секториальные координаты ω (удвоенная площадь сектора, где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C):

$$\omega_C = 0; \quad \omega_{2+} = 0;$$

секториальная координата $\omega(\varphi)$ на закруглении r (рисунок 5):

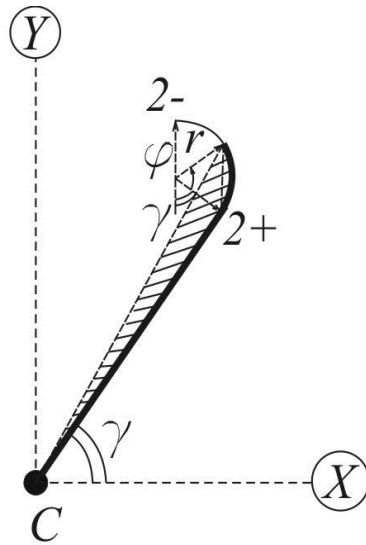


Рисунок 5

$$\omega(\varphi) = l_{2+} \cdot r \cdot (1 - \cos \varphi) + r^2 \cdot (\varphi - \sin \varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \beta, \text{ т.е.}$$

$$\omega_{2-} = l_{2+} \cdot r \cdot (1 - \cos \beta) + r^2 \cdot (\beta - \sin \beta);$$

$$\omega_{1+} = \omega_{2-} + h \cdot l_{1+2-};$$

секториальная координата $\omega(\varphi_1)$ на закруглении r_1 :

$$\omega(\varphi_1) = \omega_{1+} + l_{1+} \cdot r_1 \cdot 2 \cdot \sin \frac{\varphi_1}{2} \cdot \cos \left(\gamma_1 - \frac{\varphi_1}{2} \right) + r_1^2 \cdot (\varphi_1 - \sin \varphi_1),$$

$$0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}, \quad \omega_{1-} = \omega_{1+} + l_{1+} \cdot r_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \left(\gamma_1 - \frac{\pi}{4} \right) + r_1^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right);$$

$$\omega_0 = \omega_{1-} + (s - r_1) \cdot b.$$

Относительные секториальные координаты ω/h^2 :

$$\omega_{2-h} = l_{2+h} \cdot r_h \cdot (1 - \cos \beta) + r_h^2 \cdot (\beta - \sin \beta); \quad \omega_{1+h} = \omega_{2-h} + l_{1+2-h}; \quad \omega_{1-h} =$$

$$\omega_{1+h} + l_{1+h} \cdot r_{1h} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \left(\gamma_1 - \frac{\pi}{4} \right) + r_{1h}^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right);$$

$$\omega_{0h} = \omega_{1-h} + (\mathbf{s}_h - r_{1h}) \cdot \mathbf{b}_h.$$

Секториальный статический момент:

$$S = \int_A \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_0^{L/2} \omega(s) \cdot ds = 2 \cdot \mathbf{S}_0 = 2 \cdot (\delta \cdot h^3) \cdot \mathbf{S}_{0h},$$

$$S_C = 0; S_{2+} = 0;$$

$$S_{2-} = \delta \cdot \int_0^\beta \omega(\varphi) \cdot r \cdot d\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta \cdot r^2 \cdot \left(l_{2+} \cdot (\beta - \sin \beta) + r \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - (1 - \cos \beta) \right) \right) = (\delta \cdot h^3) \cdot S_{2-h};$$

$$S_{1+} = S_{2-} + \delta \cdot \frac{\omega_{1+} + \omega_{2-}}{2} \cdot \mathbf{l}_{1+2-};$$

$$S_{1-} = \mathbf{S}_{1+} + \delta \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \omega(\varphi_1) \cdot r_1 \cdot d\varphi_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{S}_{1+} + \delta \cdot r_1^2 \cdot \left(\mathbf{l}_{1+} \cdot \left(\cos \gamma_1 + \sin \gamma_1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \right) + r_1 \cdot \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \right);$$

$$S_0 = \mathbf{S}_{1-} + \delta \cdot \frac{\omega_{1-} + \omega_0}{2} \cdot (\mathbf{s} - r_1).$$

Относительные секториальные статические моменты $S/(\delta \cdot h^3)$:

$$S_{2-h} = r_h^2 \cdot \left(l_{2+h} \cdot (\beta - \sin \beta) + r_h \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - (1 - \cos \beta) \right) \right);$$

$$S_{1+h} = S_{2-h} + \frac{\omega_{1+h} + \omega_{2-h}}{2} \cdot \mathbf{l}_{1+2-h};$$

$$S_{1-h} = \mathbf{S}_{1+h} + r_{1h}^2 \cdot \left(\mathbf{l}_{1+h} \cdot \left(\cos \gamma_1 + \sin \gamma_1 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \right) + r_{1h} \cdot \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right) \right);$$

$$S_{0h} = \mathbf{S}_{1-h} + \frac{\omega_{1-h} + \omega_{0h}}{2} \cdot (\mathbf{s}_h - r_{1h}). \quad (7)$$

Постоянная D , определяющая главную начальную точку отсчета M_0 ,

т. е. s_0 – расстояние от т. (2 –) до точки, где $\bar{\omega} = 0$:

$$D = \frac{S}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{S_0}{\delta \cdot L/2} = h^2 \cdot \frac{S_{0h}}{l_h}; \quad (8)$$

$$s_0 = \frac{D - \omega_{2-}}{h} \Rightarrow h \cdot \left(\frac{S_{0h}}{l_h} - \omega_{2-h} \right). \quad (9)$$

Главные секториальные координаты $\bar{\omega} = \omega - D$:

$$\bar{\omega}_C = \bar{\omega}_{2+} \Rightarrow h^2 \cdot \left(-\frac{S_{0h}}{l_h} \right); \quad \bar{\omega}_{2-} \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right);$$

$$\bar{\omega}_{1+} \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{1+h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right); \quad \bar{\omega}_{1-} \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{1-h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right);$$

$$\bar{\omega}_0 \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{0h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right).$$

Относительные главные секториальные координаты $\bar{\omega}/h^2$:

$$\bar{\omega}_{Ch} = \bar{\omega}_{2+h} \Rightarrow \left(-\frac{S_{0h}}{l_h} \right); \quad \bar{\omega}_{2-h} \Rightarrow \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right);$$

$$\bar{\omega}_{1+h} \Rightarrow \left(\omega_{1+h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right); \quad \bar{\omega}_{1-h} \Rightarrow \left(\omega_{1-h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right);$$

$$\bar{\omega}_{0h} \Rightarrow \left(\omega_{0h} - \frac{S_{0h}}{l_h} \right).$$

Главный секториальный момент инерции определяется по формуле:

$$I_{\omega} = \int_A \bar{\omega}^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_0^{L/2} \bar{\omega}^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ \frac{l_{01-}}{3} \cdot (\bar{\omega}_0^2 + \bar{\omega}_{1-}^2 + \bar{\omega}_0 \cdot \bar{\omega}_{1-}) + \frac{l_{1+2-}}{3} \cdot (\bar{\omega}_{1+}^2 + \bar{\omega}_{2-}^2 + \bar{\omega}_{1+} \cdot \bar{\omega}_{2-}) + \right.$$

$$\left. + l_{2+} \cdot \bar{\omega}_{2+}^2 + \int_0^{\beta} (\omega(\varphi) - D)^2 \cdot r \cdot d\varphi + \int_0^{\pi} (\omega(\varphi_1) - D)^2 \cdot r_1 \cdot d\varphi_1 \right\},$$

$$I_{\omega} \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^5} \Rightarrow \frac{l_{01-h}}{3} \cdot (\bar{\omega}_{0h}^2 + \bar{\omega}_{1-h}^2 + \bar{\omega}_{0h} \cdot \bar{\omega}_{1-h}) + l_{2+h} \cdot \left(-\frac{S_{0h}}{l_h} \right)^2 +$$

$$+ \frac{l_{1+2-h}}{3} \cdot (\bar{\omega}_{1+h}^2 + \bar{\omega}_{2-h}^2 + \bar{\omega}_{1+h} \cdot \bar{\omega}_{2-h}) +$$

$$+ r_h^3 \cdot \left(l_{2+h}^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \beta}{2} + \frac{\sin 2\beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta \right) + l_{2+h} \cdot r_h \cdot (\beta - \sin \beta)^2 + \right.$$

$$\left. + r_h^2 \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} - 2 \cdot (\sin \beta - \beta \cdot \cos \beta) \right) \right) -$$

$$- 2 \cdot S_{2-h} \cdot \frac{S_{0h}}{l_h} + r_h \cdot \beta \cdot \left(\frac{S_{0h}}{l_h} \right)^2 + \int_0^{\pi} (\omega(\varphi_1) - D)^2 \cdot r_1 \cdot d\varphi_1. \quad (10)$$

Библиографический список

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня исчисления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mehanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitel'naya-mehanika/2.10/at_download/file

3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no3/stroitel'naya-mehanika/3.14/at_download/file

4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitel'naya-mehanika/4.9/at_download/file

5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mehanika/5.9/at_download/file

6. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.6/at_download/file

7. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением с учетом

изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2018. №7. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no7/stroitel'naya-mehanika/7.4/at_download/file

8. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М: Высш. шк., 1995. 560 с.; ил.