

УДК 624.041

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСТЕННОГО
Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ С ОТБОРТОВКОЙ
С УЧЕТОМ ИЗГОТОВЛЕНИЯ**

Волков Владимир Павлович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Кустова Ольга Владимировна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

соискатель.

Аннотация

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с отбортовкой с учетом изготовления при расчете его на растяжение и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

Ключевые слова: гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

**GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD
WITH EDGE WITH MANUFACTURE**

Volkov Vladimir Pavlovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department «Mechanics».

Kustova Olga Vladimirovna,

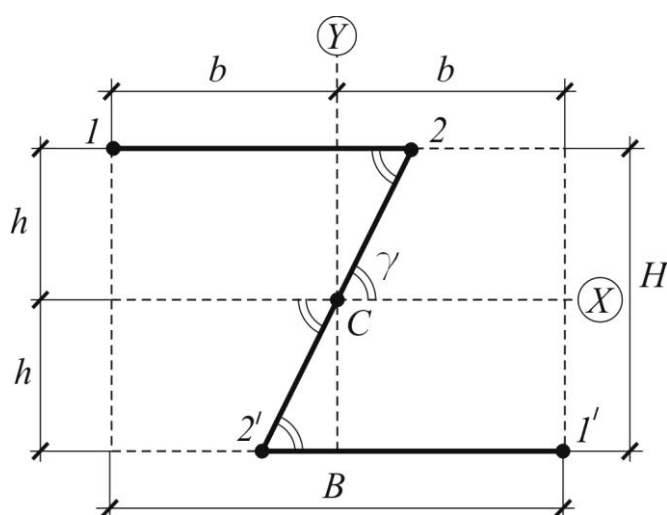
Abstract

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with edge for calculation this on tension, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Keywords: buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения: XY – главные центральные оси сечения; $B=2b$ – габаритная ширина профиля сечения; $H=2h$ – габаритная высота срединной линии профиля сечения; L – полная длина срединной линии профиля сечения.

Относительные геометрические размеры тонкостенного Z-образного сечения постоянной толщины δ без учета закругления и без отбортовки (рисунок 1) определяются из [1]:



$$0 < \gamma < \frac{\pi}{2},$$

$$\frac{B}{H} \Rightarrow \frac{1}{\tan \gamma} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{2}{3 \cdot \cos \gamma}\right)}$$

$$\frac{L}{H} \Rightarrow \frac{B}{H} + \frac{1 + \cos \gamma}{\sin \gamma}$$

Рисунок 1 – Z-образное сечение без закругления

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного

стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с учетом закругления r , но без отбортовки, (рисунок 2) рассмотрена в [2], [3].

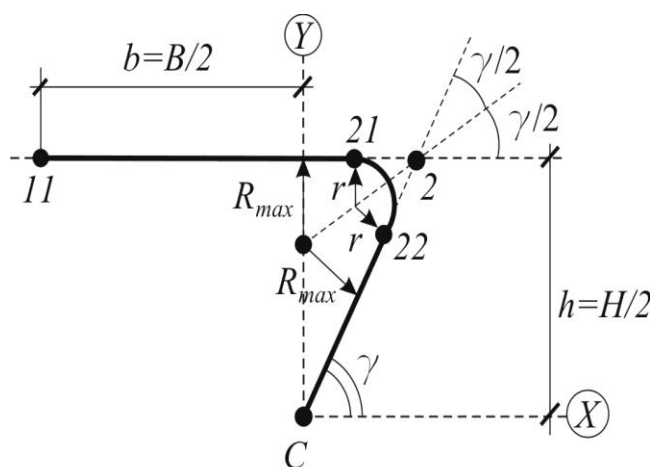
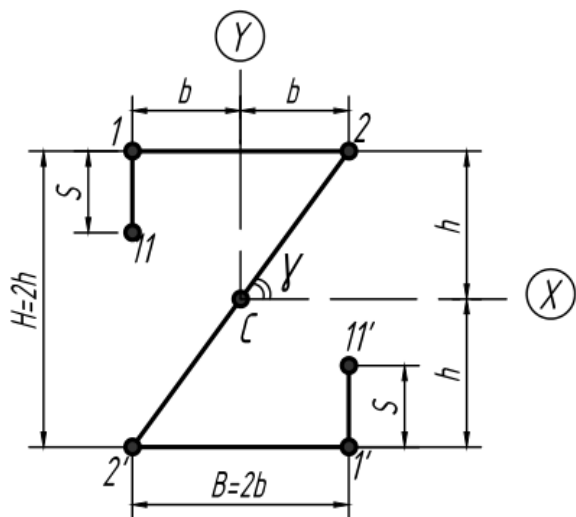


Рисунок 2 – Верхняя часть сечения с закруглением

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения, равноудаленного от оси Y, постоянной толщины δ с отбортовкой s (рисунок 3) рассмотрена в [4]:



$$0 < s \leq h,$$

$$\frac{s}{h} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3 \cdot \sin \gamma}} \right),$$

где $\sin \gamma \geq \frac{2}{3}$,

т.е. $\frac{H}{B} \geq \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,89443$

Рисунок 3 – Z-образное сечение с отбортовкой s

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с отбортовкой s и закругление r (рисунок 4) рассмотрена в [5]:

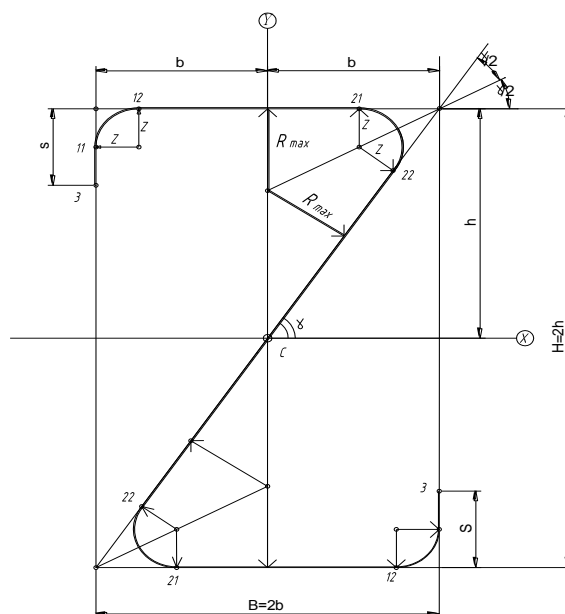
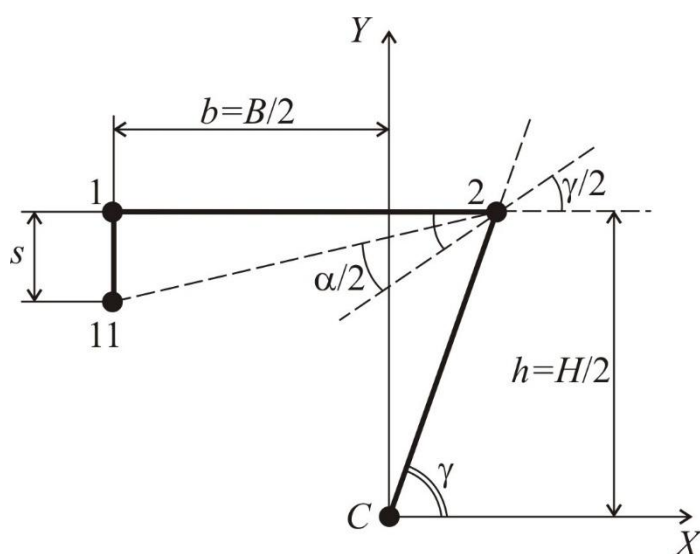


Рисунок 4 – Z-образное сечение с отбортовкой s и с закруглением r

При изготовлении гнутого Z-образного профиля необходимо учитывать угол α станка, изготавливающего этот профиль (рисунок 5).

В статье рассматривается задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с отбортовкой s (рисунок 5), т.е. определяется относительную длину b/h , при заданных значениях углов α и γ , где $\alpha \leq \gamma$, когда XY – главные центральные оси сечения.



Дано: $h, \gamma, 0 < \alpha < \gamma$.

Найти: b , если XY – главные центральные оси сечения.

Рисунок 5 – Верхняя половина сечения, C – центр симметрии

Учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения.

Декартовы координаты x, y характерных точек и длины соответствующих участков l (рисунок 5):

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{h}{\tan \gamma}, & y_2 &= h, & l_2 &= \frac{h}{\sin \gamma}. \\ x_1 &= -b, & y_1 &= h, & l_1 &= b + \frac{h}{\tan \gamma}; \\ x_{11} &= -b, & y_{11} &= h - s, & l_{11} &= s \Rightarrow \left(b + \frac{h}{\tan \gamma} \right) \cdot \tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \end{aligned}$$

Центральные оси XU (рисунок 3) являются главными [6], если

$$\begin{aligned} I_{XY} &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0, \\ s \cdot b \cdot \left(h - \frac{s}{2} \right) + \frac{h \cdot b^2}{2} &= \frac{l_2 \cdot x_2 \cdot h}{3} + \frac{h \cdot x_2^2}{2}, \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{b}{h} \Rightarrow \frac{B}{H}, \quad \varepsilon > 0; \\ \psi &= \frac{s}{h} \Rightarrow \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} \right) \cdot \tan \frac{\gamma - \alpha}{2}. \\ \varepsilon^3 \cdot \left(\tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \right)^2 + \varepsilon^2 \cdot \left(2 \cdot \tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \cdot \left(\frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} - 1 \right) - 1 \right) + \\ + \varepsilon \cdot \frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} \cdot \left(\frac{\tan \frac{\gamma - \alpha}{2}}{\tan \gamma} - 2 \right) + \left(\left(\frac{2}{3 \cdot \sin \gamma} + \frac{1}{\tan \gamma} \right) \cdot \frac{1}{\tan \gamma} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Из решения кубического уравнения (1) получим искомое значение ε .

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля:

$$\frac{L}{H} = \frac{L/2}{h} \Rightarrow \frac{1}{\sin \gamma} + \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} \right) \cdot \left(1 + \tan \frac{\gamma - \alpha}{2} \right), \quad (2)$$

где $\frac{L}{2} = l_1 + l_2 + l_{11}$.

Главные осевые моменты инерции определяются по формулам:

$$I_x = \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{\frac{L}{2}} y^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left(l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot y_1^3 - \frac{1}{3} \cdot y_{11}^3 \right), \quad (3)$$

$$I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} + \frac{1}{3 \cdot \sin \gamma} + \frac{1}{3} - \frac{(1-\psi)^3}{3} \right)$$

$$I_y = \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{\frac{L}{2}} x^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left(\frac{b^3}{3} + \frac{x_2^2}{3} + \frac{l_2 \cdot x_2^2}{3} + s \cdot b^2 \right), \quad (4)$$

$$I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{\left(\frac{1}{\tan \gamma} \right)^3}{3} + \frac{1}{\sin \gamma} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\tan \gamma} \right)^2}{3} + \psi \cdot \varepsilon^2 \right)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{h} \cdot \left(l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot y_2^2 + \frac{1}{3} \cdot y_1^3 - \frac{1}{3} \cdot y_{11}^3 \right), \quad (5)$$

$$W_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} + \frac{1}{3 \cdot \sin \gamma} + \frac{1}{3} - \frac{(1-\psi)^3}{3} \right)$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{b} \cdot \left(\frac{b^3}{3} + \frac{x_2^2}{3} + \frac{l_2 \cdot x_2^2}{3} + s \cdot b^2 \right), \quad (6)$$

$$W_y \cdot \frac{\varepsilon}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{\left(\frac{1}{\tan \gamma} \right)^3}{3} + \frac{1}{\sin \gamma} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\tan \gamma} \right)^2}{3} + \psi \cdot \varepsilon^2 \right)$$

Для нахождения главного секториального момента инерции $I_{\omega} = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA$ введем секториальные координаты ω (удвоенная площадь сектора, где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C):

$$\omega_c = \omega_2 \Rightarrow 0;$$

$$\omega_1 = l_1 \cdot h \Rightarrow h^2 \cdot \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} \right); \quad (7)$$

$$\omega_{11} = \omega_1 + s \cdot b \Rightarrow h^2 \cdot \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} + \varepsilon \cdot \psi \right). \quad (8)$$

Секториальный статический момент:

$$S = \int_A \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{\frac{L}{2}} \omega \cdot ds = 2 \cdot S_{11},$$

$$S_c = S_2 \Rightarrow 0;$$

$$S_1 = \delta \cdot \frac{\omega_1 \cdot l_1}{2} \Rightarrow \delta \cdot h^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} \right)^2; \quad (9)$$

$$S_{11} = S_1 + \delta \cdot \frac{\omega_{11} + \omega_1}{2} \cdot s \Rightarrow S_1 + \delta \cdot h^3 \cdot \left(\varepsilon + \frac{1}{\tan \gamma} + \frac{\psi \cdot \varepsilon}{2} \right) \cdot \psi$$

Постоянная D , определяющая главную начальную точку отсчета M_0 , т.е. s_0 – расстояние от т. 2 до точки, где $\bar{\omega} = 0$:

$$D = \frac{s}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{S_{11}}{\delta \cdot L/2}; \quad (10)$$

$$s_0 = l_1 \cdot \frac{D}{\omega_1}. \quad (11)$$

Главные секториальные координаты $\bar{\omega} = \omega - D$:

$$\bar{\omega}_c = \bar{\omega}_2 \Rightarrow h^2 \cdot \left(-\frac{D}{h^2} \right); \quad (12)$$

$$\bar{\omega}_1 \Rightarrow h^2 \cdot \left(\frac{\omega_1}{h^2} - \frac{D}{h^2} \right); \quad (13)$$

$$\bar{\omega}_{11} \Rightarrow h^2 \cdot \left(\frac{\omega_{11}}{h^2} - \frac{D}{h^2} \right); \quad (14)$$

Библиографический список:

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. Системные требования: Adobe Acrobat Reader URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file
2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. Системные требования: Adobe Acrobat Reader URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitel'naya-mehanika/2.10/at_download/file
3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. Системные требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no3/stroitel'naya-mehanika/3.14/at_download/file
4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. Системные требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitel'naya-mehanika/4.9/at_download/file
5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. Системные требования: Adobe Acrobat Reader. URL:http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mehanika/5.9/at_download/file

6. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М: Высш. шк., 1995. 560 с.