

УДК 624.072.22

## **АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ В УПРУГО- ПЛАСТИЧЕСКОЙ СТАДИИ РАБОТЫ**

***Зернов Владимир Викторович,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».*

***Зайцев Михаил Борисович,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».*

***Анурьева Юлия Владиславовна,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*студент*

### **Аннотация**

Представлен анализ расчета на устойчивость в упруго-пластической стадии работы различных стержневых систем.

**Ключевые слова:** стержневые системы, устойчивость стержневых систем, параметр критической нагрузки, упруго-пластическая стадия работы.

## **RECOVERY OF REINFORCED CONCRETE CURTAIN PANELS IN FLAT ROOFS**

***Zernov Vladimir Victorovich,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.*

***Zaytsev Mihail Borisovich,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.*

*Anuria Julia Vladislavovna,*

*Penza state University of architecture and construction, Penza,*

*student*

## **Abstract**

Presents an analysis of the stability analysis in elastic-plastic stage of the work of various rod systems.

**Keywords:** core system stability core system, the critical load parameter, elastic – plastic stage of the work

При напряжениях, превышающих предел упругости, задача устойчивости стержневых систем является достаточно сложной. Для различных сжатых элементов рассматриваемой стержневой системы напряжения будут неодинаковы и могут быть как больше, так и меньше предела упругости. Поэтому изгибная жесткость для каждого сжатого стержня будет различной и характеризуется неизвестным критическим напряжением.

Известно [1], что для стержневых систем, работающих в упруго-пластической стадии определение критической нагрузки ведется методом последовательных приближений. Для стальных рамных конструкций критическая нагрузка при приведенном и касательном модуле упругости отличается менее чем на 3%. За пределом упругости величина приведенного модуля упругости  $T$  определяется по диаграмме  $\sigma - \varepsilon$ , либо по кривой критических напряжений  $\sigma_{кр} - \lambda$ .

Проведем исследование влияния некоторых параметров на характер работы сжатых элементов системы на основе методики, предложенной авторами в [2]. При этом значения приведенного модуля упругости определяются по расчетной гибкости по графику (рисунок 1).

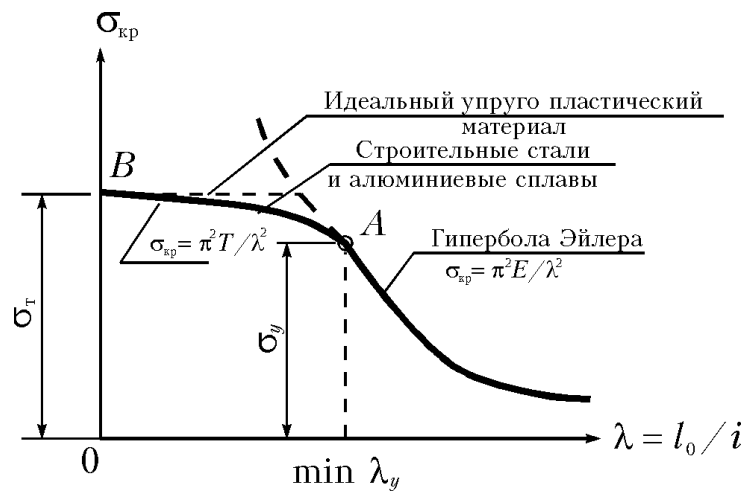


Рисунок 1 – Кривые критических напряжений  $\sigma_{кр} - \lambda$

Нахождение величины приведенного модуля упругости  $T$  по расчетной гибкости намного проще, чем по значениям критических напряжений. При этом величины критического параметра  $\nu_{кр}$ , расчетной гибкости  $\lambda$ , а далее величина  $\tau = T/E$  и погонная жесткость за пределом упругости определяются одновременно

$$\lambda = \frac{\pi \cdot l}{\nu_{кр} \cdot \rho}, \quad (1)$$

$$\nu_{кр} = \sqrt{\frac{N_{кр} \cdot l^2}{\tau \cdot EI}}, \quad (2)$$

$$t = \tau \cdot i = \tau \cdot \frac{EI}{l}. \quad (3)$$

Рассмотрим конкретные примеры.

Пример 1. Ферма с параллельными поясами (рисунок 2).

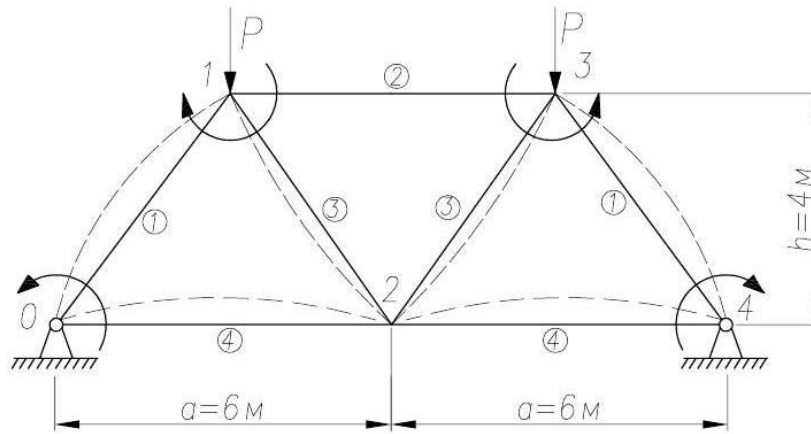


Рисунок 2 – Расчетная схема фермы

Определим критическую нагрузку и расчетные гибкости сжатых стержней 1 и 2 при симметричной форме потери устойчивости. Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

№ элемента	1	2	3	4
$A, \text{см}^2$	40	30	10	20
$I, \text{см}^4$	1000	1000	200	600
$\lambda$	100	104		

Найдем критический параметр нагрузки  $P_{кр}$  при потере устойчивости в упруго-пластической стадии без учета продольных деформаций стержней. Уравнение критического состояния метода перемещений (без учета растягивающих усилий нижнего пояса) имеет вид:

$$D = (2\varphi_1 + 2)(2\tau_1\varphi_1 + 1.67\tau_2(\varphi_2 - \eta_2) + 0.8) - 4\tau_1^2\eta_1^2 = 0, \quad (4)$$

где  $\varphi_1, \eta_1, \varphi_2, \eta_2$  - табличные значения от параметров

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{N_1 \cdot l_1}{i_1 \cdot \tau_1}} \text{ и } \nu_2 = 0.93 \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} \nu_1. \quad (5)$$

В таблице 2 приведены результаты решения уравнения (4) методом последовательных приближений в автоматическом режиме [2].

Таблица 2

Параметры	Результаты расчета по приближениям					
	I	II	III	IV	V	VI
$\tau_1$	1	0.69	0.59	0.54	0.52	0.5
$\tau_2$	1	0.83	0.84	0.88	0.94	1
$\nu_{\text{сд}1}$	3.78	4.14	4.34	4.46	4.52	4.57
$\nu_{\text{сд}2}$	3.52	3.51	3.4	3.26	3.12	3.02
$\lambda_1$	83	76	72.4	70.4	69.5	69
$\lambda_2$	92.6	93	96	100	104	108
$Z_1/Z_2$	-0.91	-0.742	-0.625	-0.548	-0.505	-0.475
$P_{\text{кр}}$	96.1	79.5	74.5	72.5	71.4	70.2

Так как в первом приближении значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  меньше  $\min \lambda_y = 104$ , то сжатые стержни фермы должны работать в упруго-пластической стадии. В действительности при потере устойчивости только опорный раскос работает в упруго-пластической стадии, т.к. окончательные значения  $\lambda_1 = 69$  и  $\lambda_2 = 108$ .

Величины напряжений

$$\sigma_{1\text{кр}} = \frac{N_{1\text{кр}}}{A_1} = 219.2 \text{ МПа}, \quad \sigma_{2\text{кр}} = \frac{N_{2\text{кр}}}{A_2} = 175.5 \text{ МПа}.$$

Результаты расчета показывают, что при потере устойчивости в упруго-пластической стадии схема деформаций фермы (отношение углов поворота  $Z_1/Z_2$ ) значительно отличается от схемы деформаций в упругой стадии.

Пример 2. Четырехэтажная стальная однопролетная рама (рисунок 3).

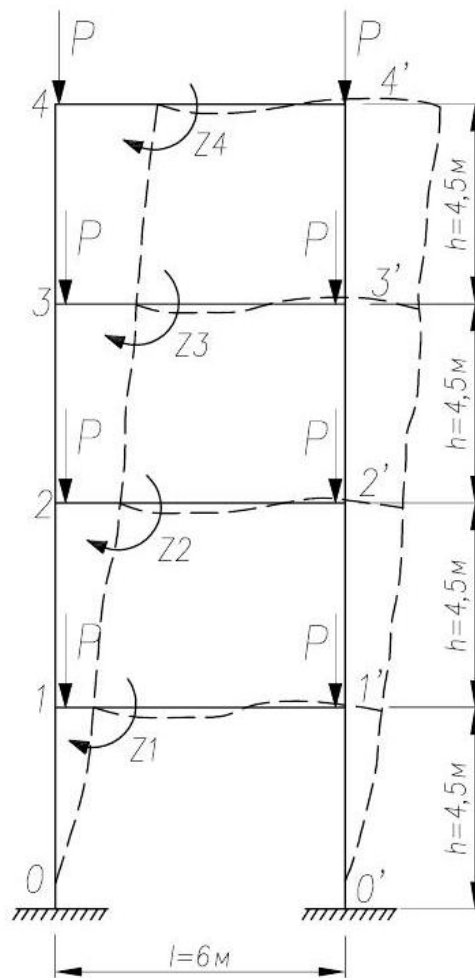


Рисунок 3 – Расчетная схема рамы

Проведем расчет на устойчивость данной рамы в упруго-пластической стадии работы. Исходные данные приведены в таблице 3.

Таблица 3

№ этажа	1	2	3	4
Сечения стоек	Двутавр №40	Двутавр №36	Двутавр №33	Двутавр №30
Сечения ригелей	Двутавр №45	Двутавр №45	Двутавр №45	Двутавр №33
$h/\rho$	28.3	31.9	34.1	37.2

Для стоек рамы параметры  $\nu$  и отношения  $h/\rho$  различны для разных этажей и при потере устойчивости отношение  $\tau = T/E$  тоже будет различным.

Критические значения параметров  $\nu_{\text{сд}}$  и углы поворота узлов определяются из системы трехчленных однородных уравнений вида

$$Z_{k-1}r_{k,k-1} + Z_k r_{k,k} + Z_{k+1}r_{k,k+1} = 0. \quad (6)$$

Результаты расчета приведены в таблице 4.

Таблица 4

Параметры по этажам		Результаты расчета по приближениям							
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$\tau_k$	1	1	0.15	0.093	0.093	0.93	0.93	0.93	0.93
	2	1	0.2	0.17	0.23	0.31	0.41	0.51	1
	3	1	0.26	0.28	0.47	0.73	1	1	1
	4	1	0.52	1	1	1	1	1	1
$\lambda_k$	1	36.7	29	28.7	28.7	28.7	28.6	28.6	28.6
	2	42.3	38.5	45.3	52.7	61.4	70	78.6	110
	3	48.4	50.4	66.7	86.3	108	126	126	126
	4	70.7	104.5	185	185	185	185	185	185
$Z_k$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	0.75	0.135	0.56	0.054	0.057	0.064	0.07	0.117
	3	0.21	0.007	0.0	0.0026	0.0033	0.005	0.006	0.01
	4	0.06	0.0007	0.0003	0.0004	0.0006	0.0008	0.001	0.002
$N_{\text{кп1}}$		1319	316.8	202.0	202.0	202.0	202.8	202.8	202.8

Значения  $N_{\text{кп1}}$  определяются из зависимости

$$N_{\text{кп1}} = \nu_{\text{кп1}}^2 \frac{EI_1 \tau_1}{h_1^2} = \nu_{\text{кп1}}^2 \frac{\pi^2 E \tau_1}{\lambda_1^2}.$$

Согласно расчету только стойки 1-ого этажа теряют устойчивость в упруго-пластической стадии. При  $N_{\text{кп1}} = 202.8$  т напряжения в стойках

$$\sigma_{1\text{кп}} = 236.61 \text{ МПа} > \sigma_y, \sigma_{2\text{кп}} = 177.2 \text{ МПа} < \sigma_y$$

$$\sigma_{3\text{кп}} = 136.8 \text{ МПа} < \sigma_y, \sigma_{4\text{кп}} = 62.7 \text{ МПа} < \sigma_y$$

## Выводы

1. Для стержневых систем процесс итерации по определению  $\tau, \nu_{кр}, \lambda$  сходятся к их точным значениям. Быстрота сходимости зависит от отношения  $l/\rho$  для сжатых элементов и от отношений моментов инерции и продольных сил для остальных.
2. При потере устойчивости стержневой системы область работы сжатых элементов зависит не только от отношения  $l/\rho$ , но и от соотношения  $I$  и  $N$  для различных стержней.
3. Результаты расчета стержневых систем на устойчивость в упругой стадии могут значительно отличаться от результатов, соответствующих потере устойчивости в упруго-пластической стадии работы.

## Библиографический список:

1. Раевский А.Н. Определение расчетных длин стоек многоэтажных рам промышленных зданий // Строительная механика и расчет сооружений. 1963. №3.
2. Ласьков Н.Н. Зернов В.В., Зайцев М.Б. Определение критической нагрузки для стропильных ферм в упругой и упруго-пластической стадиях работы // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 4.
3. Зернов В.В., Зайцев М.Б. Определение предельной нагрузки для сжатого искривленного стержня фермы с учетом развития пластических деформаций сечения и реальных условий закрепления в узлах [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/2.17/view>
4. Монахов В.А., Зайцев М.Б., Бураева Д.А. Методы численного расчета сжатых стержней на устойчивость [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitelnyaya-mehanika/4.5/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitelnyaya-mehanika/4.5/at_download/file)