

УДК 624.012.45

**МЕТОД ОГРАНИЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ
ПРИОПОРНЫХ УЧАСТКОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК И
ДИАФРАГМ ЖЕСТКОСТИ**

Шеин Александр Иванович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».

Земцова Ольга Григорьевна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Бучин Юрий Дмитриевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

аспирант кафедры «Механика».

Аннотация

В основу проектирования по методу предельного равновесия положена идея полного разрушения конструкции, и именно такая конструкция считается экономичной и рациональной. Для предотвращения разрушений проектируемой конструкции вводится система коэффициентов запаса. После этого экономичность и рациональность конструкции становится крайне сомнительной. В отличие от метода предельного равновесия в основу метода ограниченных деформаций положена противоположная идея: конструкция не должна разрушаться ни при каких возможных нагрузениях. При неблагоприятном сочетании нагрузок в конструкции по методу ограниченных деформаций могут возникнуть только ограниченные, наперед заданные, поверхностные разрушения, причем только в одном, наиболее напряженно-деформированном сечении элемента. В работе рассматриваются вопросы

расчета и подбора арматуры и сечений приопорных участков железобетонных балок или диафрагм жесткости. Определение точек зарождения трещин и траектории их развития устанавливается путем решения задачи по определению деформированного состояния композита в условиях плоского напряженного состояния. Определение главных деформаций выполняется модернизированным методом конечных элементов. Конечно-элементный расчет основан на специальных разработанных композитных элементах, описывающих совместную работу бетона и арматуры. Предложено два новых (плоский и пространственный) композитных конечных элемента.

Ключевые слова: метод ограниченных деформаций, главные деформации, трещина, метод конечных элементов, композитный конечный элемент.

METHOD OF LIMITED DEFORMATIONS IN THE CALCULATION OF THE PRIOPROOUS SITES OF REINFORCED CONCRETE BEAMS AND THE STIFFRID DIAPHRAGM

Shein Alexander Ivanovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor, Head of the department "Mechanics".

Zemtsova Olga Grigorevna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".

Buchin Yury Dmitrievich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Post-graduate student of the department "Mechanics".

Abstract

The design of the method of limiting equilibrium is based on the idea of complete destruction of the structure, and it is such a design that is considered economical and rational. To prevent the destruction of the designed design, a system

of safety factors is introduced. After that, the economy and rationality of the design becomes extremely doubtful. In contrast to the method of limiting equilibrium, the basis of the method of bounded deformations is based on the opposite idea: the construction should not be destroyed under any possible loads. In the case of an unfavorable combination of loads in a structure, limited, deformed, surface fractures can occur only in one, the most stressed-deformed section of the element. The work deals with the calculation and selection of reinforcement and cross-sections of the prestored sections of reinforced concrete beams or diaphragms of rigidity. The determination of the points of nucleation of cracks and the trajectory of their development is established by solving the problem of determining the deformed state of a composite under conditions of a plane stress state. The definition of the main deformations is performed by the modernized finite element method. The finite element calculation is based on special developed composite elements describing the joint work of concrete and reinforcement. Two new (planar and spatial) composite finite elements are proposed.

Keywords: limited deformation method, principal deformations, crack, finite element method, composite finite element.

Введение. В настоящее время подбор сечений и армирование железобетонных конструкций производят на основе метода предельного равновесия [1], основу которого заложил еще в 1932 г. А.Ф. Лолейт. В основу проектирования по методу предельного равновесия положена идея полного разрушения конструкции, и именно такая конструкция считается экономичной и рациональной. Для предотвращения разрушений проектируемой конструкции вводится система коэффициентов запаса. После этого экономичность и рациональность конструкции становится крайне сомнительной. Метод предельного равновесия можно было бы назвать «метод неограниченных деформаций». В самом деле: для того чтобы пластические деформации развились в средней (по высоте) зоне симметричной изогнутой балки должны произойти деформации в десятки раз большие максимально возможных

упругих деформаций. В результате такого подхода возникает серьезное противоречие между упругим расчетом и проектной задачей.

В отличие от метода предельного равновесия в основу метода ограниченных деформаций (МОД) [2,3] положена противоположная идея: конструкция не должна разрушаться ни при каких возможных нагружениях. При неблагоприятном сочетании нагрузок в конструкции по МОД могут возникнуть только ограниченные, наперед заданные, поверхностные разрушения, причем только в одном, наиболее напряженно-деформированном сечении элемента. В работах [2,3] рассмотрены задачи проектирования балок и колонн по нормальным сечениям. В данной работе рассматриваются вопросы расчета и подбора арматуры и сечений приопорных участков железобетонных балок или диафрагм жесткости.

Определение точек зарождения трещин в композите. Новые конечные элементы. Наклонные трещины в приопорных участках балок возникают от комбинированного действия поперечной силы и изгибающего момента. Траекторию наклонных трещин в приопорных участках железобетонных балок определяют траектории главных деформаций. Определение точек зарождения трещин и траектории их развития можно установить путем решения задачи по определению деформированного состояния композита в условиях плоского напряженного состояния. Зарождение трещины будет происходить в той точке приопорной зоны балки, где деформации достигнут предельных значений

$$\varepsilon_{\max}^+ = [\varepsilon^+], \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\min}^- = [\varepsilon^-]. \quad (2)$$

где ε_{\max}^+ , ε_{\min}^- – главные деформации растяжения и сжатия в точке, $[\varepsilon^+]$, $[\varepsilon^-]$ – деформация, соответствующая разрыву и дроблению волокон бетона.

Как известно, главные деформации в плоской задаче находят из условия:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y - \varepsilon \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

Откуда

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}, \\ \varepsilon_{\min} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Определение ε_x , ε_y и γ_{xy} можно выполнить модернизированным методом конечных элементов (МКЭ). Модернизацию МКЭ произведем таким образом, чтобы можно было решать задачи расчета композитных систем. При этом, конечные элементы будем формировать не путем подбора констант ортотропии для описания армирования (что весьма приближенно и условно), а путем разработки специальных композитных элементов, описывающих совместную работу бетона и арматуры. Для плоской задачи теории упругости такой конечный элемент можно получить наложением стержневого конечного элемента на одну из сторон треугольного конечного элемента плоской задачи (рисунок 1). Здесь стержневой элемент будет иметь характеристики арматуры, а плоский треугольный элемент будет описывать бетонное тело.

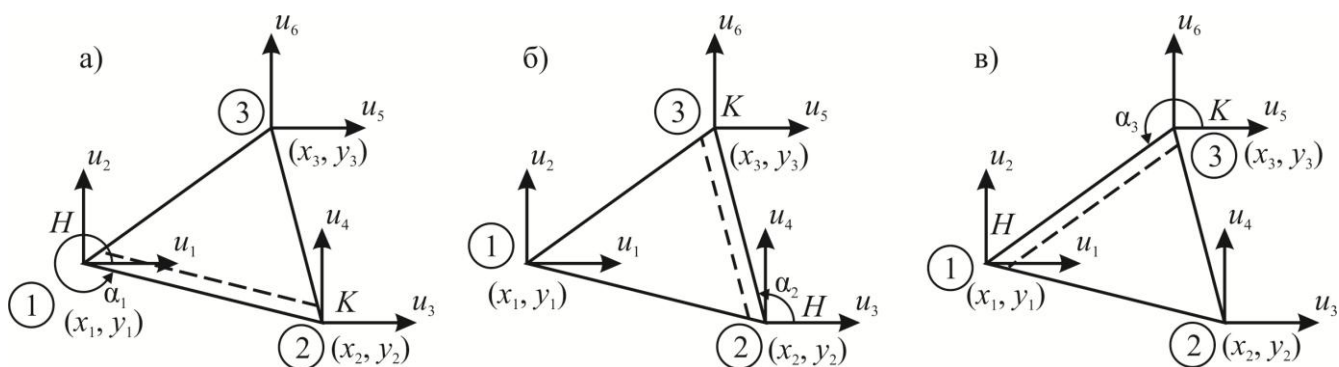


Рисунок 1 – Композитный конечный элемент для решения плоской задачи для композита: треугольник описывает бетонное тело, стержень (пунктир) описывает арматуру

Матрица жесткости треугольного элемента [4] имеет вид

$$K_{pl} = \frac{E_1 h}{4F(1-\nu_1\nu_2)} \begin{bmatrix} y_{23}^2 + a_1 x_{23}^2 & (a_1 + \nu_2)x_{32}y_{23} & y_{23}y_{31} + a_1 x_{23}x_{31} & a_1 x_{32}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{23} & a_1 x_{12}x_{23} + y_{12}y_{23} & a_1 x_{32}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{23} \\ (a_1 + \nu_2)x_{32}y_{23} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}^2 + a_1 y_{23}^2 & a_1 x_{13}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{31} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}x_{31} + a_1 y_{23}y_{31} & a_1 x_{21}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{23} + a_1 y_{12}y_{23} \\ y_{23}y_{31} + a_1 x_{23}x_{31} & a_1 x_{13}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{31} & y_{31}^2 + a_1 y_{31}^2 & (a_1 + \nu_2)x_{13}y_{31} & a_1 x_{12}x_{31} + y_{12}y_{31} & a_1 x_{13}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{31} \\ a_1 x_{32}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{23} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}x_{31} + a_1 y_{23}y_{31} & (a_1 + \nu_2)x_{13}y_{31} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{31}^2 + a_1 y_{31}^2 & a_1 x_{21}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{31} + a_1 y_{12}y_{31} \\ a_1 x_{12}x_{23} + y_{12}y_{23} & a_1 x_{21}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{12} & a_1 x_{12}x_{31} + y_{12}y_{31} & a_1 x_{21}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{12} & y_{12}^2 + a_1 x_{12}^2 & (a_1 + \nu_2)x_{21}y_{12} \\ a_1 x_{32}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{23} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{23} + a_1 y_{12}y_{23} & a_1 x_{13}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{31} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{31} + a_1 y_{12}y_{31} & (a_1 + \nu_2)x_{21}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}^2 + a_1 y_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

где $x_{ij} = x_i - x_j$; $y_{ij} = y_i - y_j$.

h – толщина балки или диафрагмы, F – площадь КЭ,

$$a_1 = \frac{G}{E_1} (1 - \nu_1 \nu_2).$$

Матрица жесткости арматурного стержня имеет вид:

$$K_a = \frac{E_a F_a}{l} \begin{bmatrix} cc & cs & -cc & -cs \\ sc & ss & -sc & -ss \\ -cc & -cs & cc & cs \\ -sc & -ss & sc & ss \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где E_a, F_a – модуль упругости и площадь сечения арматуры, l – расстояние между узлами, c, s – косинус и синус угла наклона грани треугольника (арматуры).

Матрица жесткости композита

$$K_{COM} = K_{pl} + K_a. \quad (7)$$

Например, для случая, изображенного на рисунке 1а, матрица жесткости композита будет иметь вид

$$K_{COM} = \frac{E_1 h}{4F(1 - \nu_1 \nu_2)} \begin{bmatrix} y_{23}^2 + a_1 x_{23}^2 + kcc & (a_1 + \nu_2)x_{32}y_{23} + ksc & y_{23}y_{31} + a_1 x_{23}x_{31} - kcc & a_1 x_{32}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{23} - ksc & a_1 x_{12}x_{23} + y_{12}y_{23} & a_1 x_{32}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{23} \\ (a_1 + \nu_2)x_{32}y_{23} + ksc & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}^2 + a_1 y_{23}^2 + kss & a_1 x_{13}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{31} - ksc & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}x_{31} + a_1 y_{23}y_{31} - kss & a_1 x_{21}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{23} + a_1 y_{12}y_{23} \\ y_{23}y_{31} + a_1 x_{23}x_{31} - kcc & a_1 x_{13}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{31} - ksc & y_{31}^2 + a_1 y_{31}^2 + kcc & (a_1 + \nu_2)x_{13}y_{31} + ksc & a_1 x_{12}x_{31} + y_{12}y_{31} & a_1 x_{13}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{31} \\ a_1 x_{32}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{23} - ksc & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{23}x_{31} + a_1 y_{23}y_{31} - kss & (a_1 + \nu_2)x_{13}y_{31} + ksc & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{31}^2 + a_1 y_{31}^2 + kss & a_1 x_{21}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{31} + a_1 y_{12}y_{31} \\ a_1 x_{12}x_{23} + y_{12}y_{23} & a_1 x_{21}y_{23} + \nu_2 x_{32}y_{12} & a_1 x_{12}x_{31} + y_{12}y_{31} & a_1 x_{21}y_{31} + \nu_2 x_{13}y_{12} & y_{12}^2 + a_1 x_{12}^2 & (a_1 + \nu_2)x_{21}y_{12} \\ a_1 x_{32}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{23} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{23} + a_1 y_{12}y_{23} & a_1 x_{13}y_{12} + \nu_2 x_{21}y_{31} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}x_{31} + a_1 y_{12}y_{31} & (a_1 + \nu_2)x_{21}y_{12} & \frac{\nu_2}{\nu_1} x_{12}^2 + a_1 y_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

здесь $k = \frac{E_a F_a}{l}$.

Для решения пространственной задачи композитный конечный элемент можно получить аналогичным образом – накладывая стержневой элемент на одну из граней бетонного тетраэдра (рисунок 2).

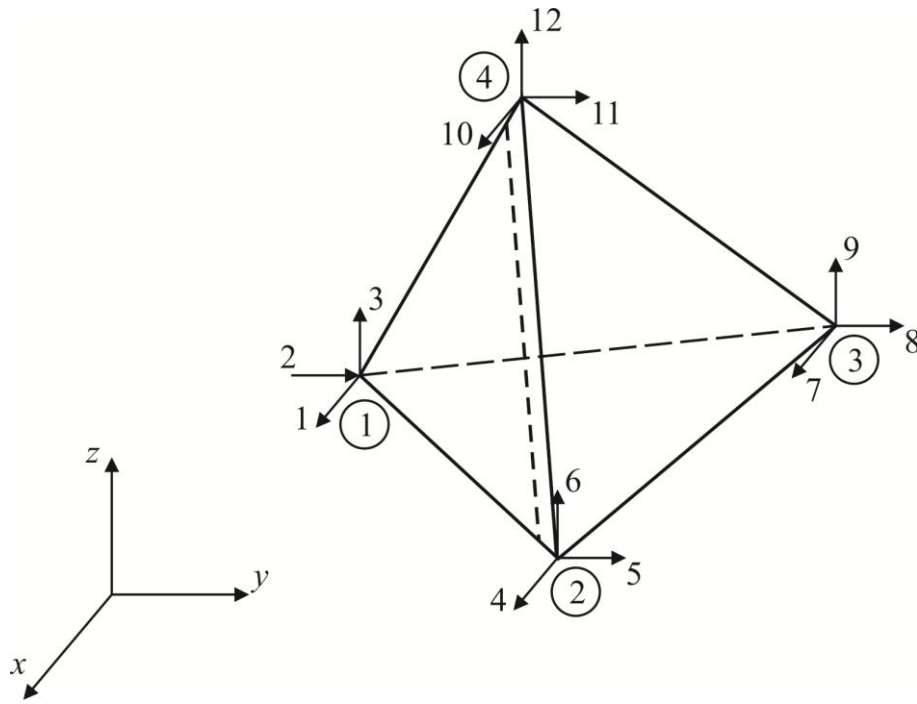


Рисунок 2 – Композитный конечный элемент

для решения пространственной задачи для композита:

тетраэдр описывает бетонное тело, стержень (пунктир) описывает арматуру

$$K = K_T + K_a, \quad (9)$$

где K_T для изотропного материала определяется выражением [4, стр. 267], а матрица жесткости арматурного стержня имеет вид [5]:

$$K_{ai} = \frac{E_a A_{ai}}{l_i} \begin{bmatrix} (c_1 c_1)_i & (c_1 c_2)_i & (c_1 c_3)_i & -(c_1 c_1)_i & -(c_1 c_2)_i & -(c_1 c_3)_i \\ (c_2 c_1)_i & (c_2 c_2)_i & (c_2 c_3)_i & -(c_2 c_1)_i & -(c_2 c_2)_i & -(c_2 c_3)_i \\ (c_3 c_1)_i & (c_3 c_2)_i & (c_3 c_3)_i & -(c_3 c_1)_i & -(c_3 c_2)_i & -(c_3 c_3)_i \\ -(c_1 c_1)_i & -(c_1 c_2)_i & -(c_1 c_3)_i & (c_1 c_1)_i & (c_1 c_2)_i & (c_1 c_3)_i \\ -(c_2 c_1)_i & -(c_2 c_2)_i & -(c_2 c_3)_i & (c_2 c_1)_i & (c_2 c_2)_i & (c_2 c_3)_i \\ -(c_3 c_1)_i & -(c_3 c_2)_i & -(c_3 c_3)_i & (c_3 c_1)_i & (c_3 c_2)_i & (c_3 c_3)_i \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Здесь c_j – косинус угла наклона i грани с j осью координат.

Определение параметров армирования приопорных зон балки или армирования диафрагмы можно выполнить по следующему алгоритму. Принимаем какую-либо избыточную схему армирования. После конечно-элементного расчета балки (диафрагмы) определяем деформации элементов $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ и главные деформации элементов $\varepsilon_{\max}^+, \varepsilon_{\min}^-$. Если везде

$\varepsilon_{\max}^+ < [\varepsilon^+]$, $\varepsilon_{\min}^- > [\varepsilon^-]$, то снижаем количество арматуры. В противном случае заканчиваем расчет.

Выводы. В работе рассмотрены вопросы расчета и подбора арматуры и сечений приопорных участков железобетонных балок или диафрагм жесткости. Определение точек зарождения трещин и траектории их развития предложено устанавливать путем решения задачи по определению деформированного состояния композита в условиях плоского напряженного состояния. Определение главных деформаций выполняется модернизированным методом конечных элементов. Конечно-элементный расчет основан на специально разработанных композитных элементах, описывающих совместную работу бетона и арматуры. Предложено два новых (плоский и пространственный) композитных конечных элемента. Показан алгоритм подбора арматуры. Метод ограниченных деформаций может стать надежным инструментом проектирования железобетонных и других композитных конструкций.

Библиографический список:

1. СП 52-101-2003 Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. М.: ГУП «НИИЖБ», ФГУП ЦПП, 2004. Дата актуализации: 01.02.2017.

2.. Шеин А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Наукоедение. 2017. №2. Том 9. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf> (доступсвободный).

3. Shein A., Zemtsova O. Method of limited deformations for the calculation of parameters of reinforced concrete structures sections // Ponte. 2017. Volume 73. Issue 4.

4. Справочник по строительной механике корабля / Под общ. ред. О.М. Паляя. Том 2. Ленинград: Судостроение, 1982.

5. Шеин А.И., Земцова О.Г. Создание математической модели для исследования колебательных движений стальных башен в переменном ветровом потоке // Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие

технологии в производстве строительных материалов: сборник статей
Международной научно-технической конференции. 2009. С. 132-135.