УДК 624.042.8:51-74

МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАЯТНИКОВОГО ГАСИТЕЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ СООРУЖЕНИЙ БАШЕННОГО ТИПА

Шеин Александр Иванович,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».

Земцова Ольга Григорьевна,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза,

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

Статья посвящена методике математического моделирования маятникового гасителя пространственных колебаний для сооружений башенного типа. Получены разрешающие уравнения движения в матричном виде. Эти формулы могут быть использованы как в реальном проектировании, так и при моделировании систем «основание – сооружение – гаситель» в исследованиях.

Ключевые слова: пространственная динамика, гаситель колебаний, маятниковый гаситель, нелинейная модель, уравнения движения.

THE TECHNIQUE OF MATHEMATICAL MODELING OF PENDULUM SPATIAL VIBRATIONS DAMPER FOR TOWER STRUCTURES

Shein Alexander Ivanovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor, Head of the department “Mechanics”.

Zemtsova Olga Grigorevna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza, *Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".*

Abstract

The article is devoted to the method of mathematical modeling of pendulum spatial vibrations damper for tower constructions. Obtained the equations of motion in matrix form. These formulas can be used in a real design, and in modeling systems "base – construction – damper" in research.

Keywords: spatial dynamics, damper, pendulum damper, nonlinear model, the equations of motion.

Высотные сооружения, как правило, имеют практически одинаковую протяженность (и жесткость) в горизонтальных направлениях данного вертикального уровня. Поэтому необходима методика математического моделирования пространственных гасителей колебания сооружения. Кроме того, важно знать реальное влияние гасителя на работу сооружения в различных режимах нагружения.

Маятниковый гаситель считается одним из наиболее эффективных средств уменьшения амплитуд [1]. Запишем уравнения его пространственного движения для последующего включения в математическую модель системы «сооружение – гаситель» [2].

Пусть точка C – точка крепления маятникового гасителя колебаний (рисунок 1), то есть он закреплен, например, в центральной точке верхнего яруса башни. Составим систему уравнений относительного движения гасителя, рассматривая плоскость, параллельную плоскости крепления маятника, в качестве основания неинерциальной системы отсчета $O_1x_1x_2x_3$, движущейся вместе с точкой C относительно глобальной системы координат $OX_1X_2X_3$ механической системы «башня – гаситель». При этом точка O_1 совпадает с положением статического равновесия маятника, а ось x_3 параллельна оси X_3.

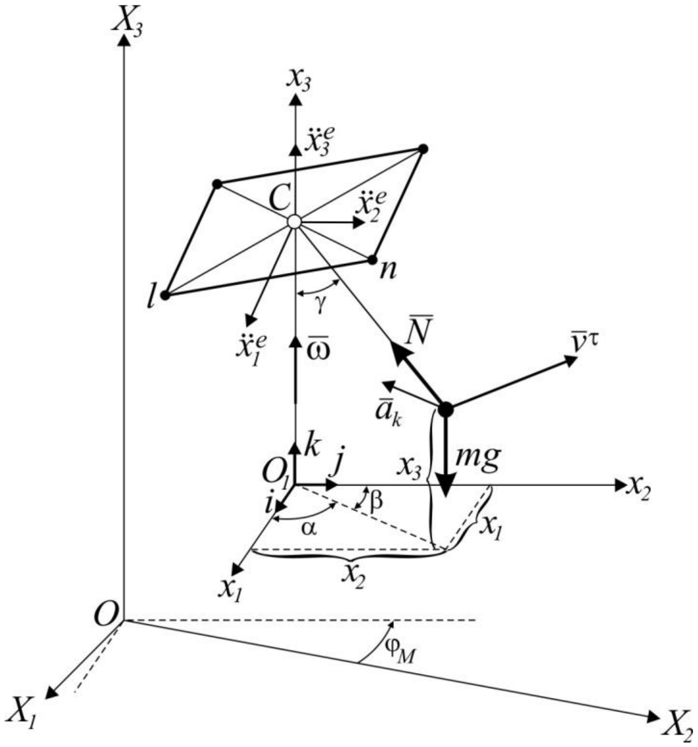

Рисунок1 – Маятниковый гаситель колебаний

Дифференциальные уравнения относительного движения гасителя можно записать в виде [3]:

$$m\ddot{U}^{\tau} = F - m\ddot{U}^{e} - m\ddot{U}^{k}. \qquad (1)$$

Здесь $\ddot{U}^{\tau} = \left\{\ddot{x}_1^{\tau} \;\; \ddot{x}_2^{\tau} \;\; \ddot{x}_3^{\tau}\right\}^T$, $\ddot{U}^{e} = \left\{\ddot{x}_1^{e} \;\; \ddot{x}_2^{e} \;\; \ddot{x}_3^{e}\right\}^T$, $\ddot{U}^{k} = \left\{\ddot{x}_1^{k} \;\; \ddot{x}_2^{k} \;\; \ddot{x}_3^{k}\right\}^T$, $F = \left\{\sum F_{kx1} \;\; \sum F_{kx2} \;\; \sum F_{kx3}\right\}^T$, а индексы τ, e и k соответствуют проекциям относительного, переносного и кориолисова ускорений на ось x_i. При этом вектор переносных ускорений получаем путем поворота ускорений узла C, вычисленных в глобальной системе координат:

$$\ddot{U}^{e} = (T_M^{\kappa})^T \ddot{U}_C^{гл}, \qquad (2)$$

где $$\ddot{U}_C^{гл} = \left\{\ddot{X}_1^{e} \;\; \ddot{X}_2^{e} \;\; \ddot{X}_3^{e}\right\}^T$$

$$T_M^{\kappa} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_M & -\sin\varphi_M & 0 \\ \sin\varphi_M & \cos\varphi_M & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

здесь φ_M – угол поворота подвижной системы координат относительно неподвижной.

Вектор ускорения Кориолиса можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1^k \\ \ddot{x}_2^k \\ \ddot{x}_3^k \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1^\tau \\ \dot{x}_2^\tau \\ \dot{x}_3^\tau \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Так как сооружение в целом, и каждый ярус в отдельности, не являются абсолютно твердыми телами, при определении угловых характеристик плоскости маятникового подвеса будем использовать кинематические характеристики заранее выбранных узлов. Угловую скорость вращения опорной плоскости подвеса маятника вокруг вертикальной оси можно определить через скорости движения двух узловых точек яруса l и n (рисунок 2). При этом углы, определяющие положение центра вращения плоскости маятникового подвеса p, определим через направляющие косинусы:

$$\theta_l = \arccos\frac{\dot{x}_{1,l}}{v_l}; \quad \theta_n = \arccos\frac{\dot{x}_{1,n}}{v_n}. \tag{5}$$

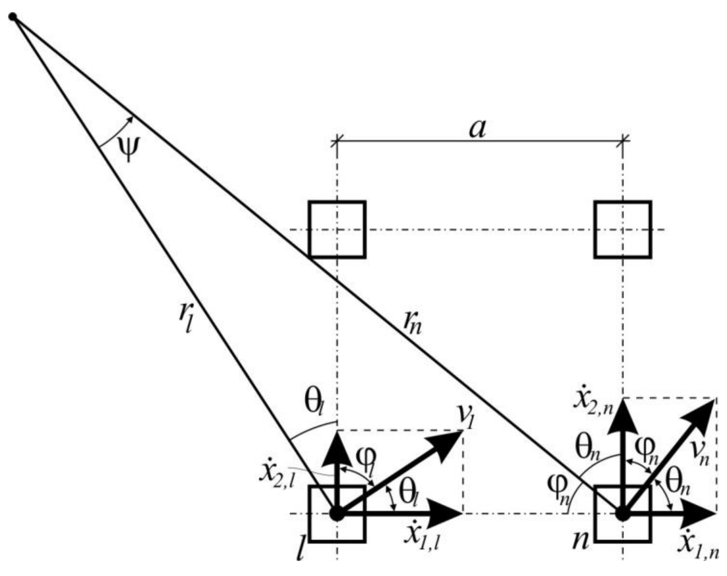

Рисунок 2 – Определение угловой скорости яруса

Угловая скорость вращения опорной плоскости маятникового подвеса вокруг вертикальной оси равна:

$$\omega_3^e = \frac{v_l}{r_l} = \frac{\sqrt{\dot{x}_{1,l}^2 + \dot{x}_{2,l}^2}}{a\dfrac{\sin(\pi/2-\theta_n)}{\sin(-\theta_l+\theta_n)}} \ . \qquad (6)$$

При плоском движении плоскости маятникового подвеса:

$$\omega_1 = \omega_2 = 0 \ . \qquad (7)$$

Положение маятника можно определить с помощью соотношений:

$$x_3 = r - \sqrt{r^2 - x_1^2 - x_2^2} \ ; \qquad (8)$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{r}\right); \qquad (9)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}\right); \qquad (10)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}\right). \qquad (11)$$

Таким образом, уравнения движения маятника примут вид:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ m\ddot{x}_1^\tau = -N\cdot\sin\gamma\cdot\cos\alpha - m\ddot{x}_1^e + m\cdot 2\omega_3\dot{x}_1^\tau;\\ &2)\ m\ddot{x}_2^\tau = -N\cdot\sin\gamma\cdot\cos\beta - m\ddot{x}_2^e + m\cdot 2\omega_3\dot{x}_2^\tau;\\ &3)\ m\ddot{x}_1^\tau = N\cdot\cos\gamma - mg - m\ddot{x}_3^e. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Четвертое, замыкающее уравнение системы:

$$4)\ x_3^\tau = r - \sqrt{r^2 - (x_1^\tau)^2 - (x_2^\tau)^2} \ . \qquad (12^*)$$

Эти уравнения совместно с уравнениями движения башни дают возможность определить усилие в тросе крепления маятника и его влияние на колебательные движения механической системы в целом.

В вектор узловых сил уравнений МКЭ, описывающих движение башни, для точки маятникового подвеса войдут проекции силы натяжения троса, действующей на башню:

$$\left.\begin{aligned} N_{x1} &= N \cdot \sin\gamma \cdot \cos\alpha \\ N_{x2} &= N \cdot \sin\gamma \cdot \cos\beta \\ N_{x3} &= -N \cdot \cos\gamma \end{aligned}\right\}, \qquad (13)$$

преобразованные в глобальную систему координат:

$$N = T_M^{\kappa} \cdot N_1 , \qquad (14)$$

где $N = \{N_{X1}\ N_{X2}\ N_{X3}\}^T$, $N_1 = \{N_{x1}\ N_{x2}\ N_{x3}\}^T$.

Система уравнений (12) является нелинейной.

Таким образом, разработана и реализована методика математического моделирования маятникового гасителя пространственных колебаний. Полученные формулы могут быть использованы как в реальном проектировании, так и в качестве составляющих в математических моделях [4] при дальнейших исследованиях.

Библиографический список:

1. Коренев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения. М.: Наука, 1988. 304 с.

2. Земцова О.Г. Моделирование и исследование динамики высотных сооружений с гасителями колебаний: дис. … канд. техн. наук. Пенза, 2013. 152 с.

3. Шеин А.И., Земцова О.Г. Схемы и теория гасителей пространственных колебаний сооружений // Региональная архитектура и строительство. 2010. № 1. С. 45-52.

4. Шеин А.И. Математическое моделирование механических систем на примере задачи гашения колебаний высотных сооружений [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/matematicheskoe-modelirovanie-chislennye-metody-i-kompleksy-programm/matematicheskoe-modelirovanie-mehanicheskih-sistem-na-primere-zadachi-gasheniya-kolebanii-vysotnyh-sooruzhenii/at_download/file.