УДК 519.7

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Гарькина Ирина Александровна,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и математическое моделирование».

Панова Ирина Алексеевна,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г Пенза,

студент.

Аннотация

Обосновывается необходимость перехода от однокритериальных к многокритериальным подходам при оценке качества управления сложными системами различной природы (в частности, в строительном материаловедении и эргатических транспортных системах). Рассматриваются основные методы решения многокритериальных задач: оптимизация с ограничениями (включая метод последовательных уступок) и скаляризация критериев (построение глобального аддитивного критерия). Предлагается итерационная методика выбора весовых коэффициентов в глобальном критерии, основанная на корреляционном анализе частных критериев с интегральной оценкой; показано, что итоговые веса не зависят от начальных значений и отражают реальную долю вклада каждого частного критерия. Особое внимание уделяется проблеме нормализации разноразмерных критериев и объективизации субъективных экспертных оценок.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, скаляризация критериев, нормализация, весовые коэффициенты, оценка качества управления, композиционные материалы.

MULTICRITERIA ASSESSMENT OF MANAGEMENT QUALITY IN COMPLEX SYSTEMS

Garkina Irina Aleksandrovna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics and Mathematical Modeling.

Irina Alekseevna Panova,

Penza State University of Architecture and Civil Engineering, Penza,

student.

Abstract

This paper substantiates the need to transition from single-criteria to multi-criteria approaches when assessing the control quality of complex systems of various natures (in particular, in construction materials science and ergatic transport systems). The main methods for solving multi-criteria problems are discussed: constrained optimization (including the successive concessions method) and criteria scalarization (construction of a global additive criterion). An iterative method for selecting weighting coefficients in a global criterion is proposed, based on a correlation analysis of partial criteria with an integrated assessment. It is shown that the resulting weights are independent of the initial values and reflect the actual contribution of each partial criterion. Particular attention is paid to the problem of normalizing multi-dimensional criteria and objectifying subjective expert assessments.

Keywords: multicriteria optimization, criterion scalarization, normalization, weighting coefficients, control quality assessment, composite materials.

Введение

Анализ и синтез сложных систем практически любой природы связаны с решением проблемы многокритериальности (эффективность системы нельзя описать единственным показателем). Так, в строительном

материаловедении качество композиционного материала определяется одновременно прочностью, твердость, реологическими свойствами, долговечностью и стоимостью (эти критерии нередко конфликтуют между собой). Аналогично в человеко-машинных (эргатических) транспортных системах качество управления оценивается по совокупности показателей (точности выдерживания параметров движения, надежности в аварийных ситуациях, психофизиологической нагрузке оператора и др.). Несмотря на очевидную необходимость многокритериального подхода, в большинстве прикладных отраслей, в том числе и строительном материаловедении, ограничиваются однокритериальной оптимизацией [1,2] без надлежащего ранжирования критериев и минимизации размерности критериального пространства [3]; практически не используются и известные формализованные методы решения задач с ограничениями (в частности, метод последовательных уступок [4]). Это приводит к искажению результатов и выбору неоптимальных решений.

Систематизируем подходы к многокритериальной оценке качества управления сложными системами, предложим методику объективизации весовых коэффициентов и проиллюстрируем ее применимость на примерах из строительного материаловедения [5,6] и управления транспортными системами [7…9].

Проблема многокритериальности и основные подходы к её решению. В сложных системах критерии качества часто противоречат друг другу:

- в строительном материаловедении - повышение прочности может сопровождаться ростом хрупкости или стоимости;

- в управлении транспортным средством - стремление к максимальной точности выдерживания траектории может приводить к чрезмерной нагрузке на оператора или к неустойчивости системы.

Как видим, заключение об эффективности функционирования сложных систем невозможно сделать на основании регистрации какого-либо одного

показателя. Оценка, как правило, является многокритериальной и не сводится к стандартной оценке качества по одному критерию. Задания всей совокупности критериев часто недостаточно для выделения важнейшего: необходима дополнительная информация об относительной важности каждого из них.

В многокритериальных задачах оптимизации критериями $K_i, i = \overline{1,n}$ являются числовые функции, заданные на множестве стратегий управления. Будем полагать, что по каждому из критериев качество системы тем выше, чем больше значение критерия (если не оговорено противное). Считается, что стратегия u предпочтительнее стратегии v, если справедливы неравенства

$$K_i(u) \geq K_i(v), i = \overline{1,n}.$$

Предполагается, что, хотя бы одно из неравенств – строгое. Если $K_i(u) = K_i(v)$, то стратегии u и v считаются одинаковыми по качеству.

В некоторых случаях возможна оценка процесса или системы по некоторому обобщенному глобальному критерию качества K, являющемуся некоторой функцией локальных критериев K_i. При такой оценке обычно используются два метода.

В первом оценка сводится к решению задачи с ограничениями, имеющей две модификации. В первой из всего множества критериев выделяется основной критерий K_m, по которому и проводится оценка качества; остальные критерии $K_i \ \ i \neq m$ ограничиваются условиями: «не меньше, чем» или «не больше, чем». Во второй множество критериев представляется в виде упорядоченного по степени важности множества, а затем проводится последовательная оценка качества. Критерий оптимальности из всего множества критериев выбирается субъективно.

Второй метод состоит в формировании глобального критерия качества в виде суммы локальных, взятых со своими весовыми коэффициентами

(скаляризация, свертывание критериев). Эффективность метода зависит от степени объективности этих констант.

С учетом вышесказанного, можно выделить следующие подходы:

- оптимизация по основному критерию с ограничениями на остальные: выделяется главный критерий (например, прочность), а остальные (стоимость, хрупкость) ограничиваются условиями «не хуже, чем…»;

- лексикографическое упорядочение [4]: критерии ранжируются по степени важности, оптимизация проводится последовательно (сначала по первому критерию, затем по второму при условии сохранения по первому и т.д. – метод последовательных уступок);

- скаляризация (свертка) критериев: строится глобальный критерий качества как функция от частных критериев в виде взвешенной суммы:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i K_i ,$$

K_i - нормализованные значения частных критериев, α_i-весовые коэффициенты.

Каждый из этих методов имеет свои преимущества и ограничения: скаляризация удобна для вычислений, но чувствительна к выбору весов; лексикографический подход позволяет учесть приоритеты, но может игнорировать важные компромиссы.

Методика выбора весовых констант. Ключевой проблемой скаляризации является субъективность выбора весов α_i. Для ее преодоления предложена итерационная процедура, позволяющая объективизировать веса на основе корреляционного анализа:

- задание начальных значений весов $\alpha_i^{(0)}$;

- вычисление интегральной оценки $K = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{(0)} K_i$;

- определение коэффициентов корреляции

$$\rho_i = \frac{\sum_{\gamma} (K_i^{(\gamma)} - \overline{K_i}) \cdot \left(K^{(\gamma)} - \overline{K}\right)}{\sqrt{\sum_{\gamma} (K_i^{(\gamma)} - \overline{K_i})^2} \sqrt{\sum_{\gamma} \left(K^{(\gamma)} - \overline{K}\right)^2}}, \; i = \overline{1,n}$$

частных критериев качества K_i с глобальным критерием K;

- уточнение значений весовых констант $\alpha_i^1 = \dfrac{\rho_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i}$, $i = \overline{1,n}$;

- уточнение значений $K^{(1)} = \sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i^{(1)} K_i$.

Итерационная процедура осуществляется до выполнения условия $\left|\alpha_i^{(l)} - \alpha_i^{(l-1)}\right| < \varepsilon, \quad i = \overline{1, n}.$ В результате будет получена оценка $K^{(l)} = \sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i^{(l)} K_i$. Итоговые значения весовых констант не зависят от их начальных значений $\alpha_i^{(0)}$ и отражают реальный вклад каждого частного критерия K_i в общую оценку K.

Нормализация критериев. Так как частные критерии K_i имеют разную размерность и диапазоны значений, перед сверткой их необходимо нормализовать. Нормализация — это не просто технический шаг, а важный этап, определяющие корректность и интерпретируемость итогового решения; грамотный выбор метода и тщательная проверка устойчивости позволяет существенно повысить объективность многокритериальной оценки качества управления в сложных системах. Без процедуры приведения разноразмерных частных критериев к безразмерному виду с единым диапазоном значений (чаще всего [0,1] или [−1,1]) невозможно корректное построение глобального критерия, поскольку критерии с большими численными значениями будут автоматически доминировать в аддитивной свёртке независимо от их реальной важности.

Наиболее распространенный подход – линейная нормализация по диапазону (min-max):

$$K_i = \frac{x_i - x_i^{\min}}{x_i^{\max} - x_i^{\min}},$$

x_i - текущее значение i-го критерия; $x_i^{\min}$, $x_i^{\max}$ - границы допустимого диапазона.

Здесь результат лежит в интервале [0,1]; при $x_i = x_i^{\min}$ критерий $K_i = 0$; $x_i = x_i^{\max}$ - $K_i = 1$. Такой подход используется, если предполагается, что чем больше значение, тем лучше. Для критериев, где «лучше» -меньшее значение (в частности, стоимость), используют обратную формулу:

$$K_i = \frac{x_i^{\max} - x_i}{x_i^{\max} - x_i^{\min}}.$$

Если есть представление о целевом (идеальном) значении x_i^{ideal} проводится нормализация относительно «идеальной точки»:

$$K_i = 1 - \frac{\left| x_i - x_i^{ideal} \right|}{\Delta_i},$$

Δ_i -допустимое отклонение от идеала.

Этот подход удобен, если важно приближение к конкретной цели (не просто максимизация или минимизация). Успешность такой нормализации зависит от точности определения оптимальных (идеальных) значений, найденных в результате предварительного анализа или экспертно.

При статистическом анализе и сравнении распределений, в задачах машинного обучения, важности отклонения от типичного поведения используют среднее и стандартное отклонения:

$$K_i = \frac{x_i - m_i}{\sigma_i}.$$

В результате получим безразмерную величину с нулевым средним и единичной дисперсией. Такой подход не ограничивает значения диапазоном [0,1], что может быть неудобно для свертки и интерпретации.

Приведем практические проблемы нормализации и способы их преодоления:

Таблица 1 - Практические проблемы нормализации и способы их преодоления

Проблема	Описание	Решение
Неопределенность границ	Значения $x_i^{\min}$, $x_i^{\max}$ могут быть неизвестны или сильно зависеть от выборки	Использовать экспертные оценки; применять робастные границы
Выбросы	Один экстремальный объект может сильно исказить диапазон	Предварительная фильтрация выбросов; использование устойчивых статистик (медиана, межквартильный размах)
Конфликт направлений оптимизации	Часть критериев нужно максимизировать, часть-минимизировать	Применять обратные преобразования для минимизируемых критериев; либо перейти к единой шкале «отклонение от идеала»
Разная чувствительность диапазонов	Даже после нормализации критерии могут иметь разную «цену» изменения единицы	Вводить дополнительные весовые поправки; использовать итеративную подстройку весов
Динамические диапазоны	В задачах управления границы $x_i^{\min}$, $x_i^{\max}$ могут меняться со временем	Применять скользящую нормализацию; обновлять эталонные значения по мере поступления новых данных

Применение методики в строительном материаловедении и эргатических системах. При оценке качества композита частными критериями выступают прочность на сжатие и изгиб, твердость, реологический свойства (вязкость, текучесть), стоимость компонентов, экологичность производства. Критерии могут быть как статистическими (прочность), так и динамическими (кинетика набора прочности). В последнем случае в качестве критериев используются параметры кинетических кривых (время достижения эксплуатационной прочности, скорость набора прочности в начальный период, точки перегиба кривой и т.п. [7]). Применение предложенной методики позволят получить объективную интегральную оценку качества композита, учитывающую все значимые свойства и их относительную важность.

Оценка качества управления в человеко-машинных (эргатических) системах производится по комплексу показателей, характеризующих деятельность оператора [8,9]. Это точность и надежность (отклонения от заданных параметров движения, максимальные отклонения в аварийных ситуациях), эффективность выполнения задача (время реакции, надежность восприятия информации), структура сбора информации (частота и длительность фиксации взгляда, маршруты перемещения взгляда), субъективные мнения операторов (данные опроса, бесед) и др.

Для количественной оценки динамических характеристик процессов управления целесообразно использовать:

- показатель колебательности на основе разложения в ряд Фурье

$$\aleph_i = \frac{\sum\limits_n \omega_n^2 a_n^2}{\sum\limits_n a_n^2},$$

a_n - амплитуды гармоник ω_n в разложении $x_i(t)$ в ряд Фурье на отрезке $[0, T]$;

- интегральный критерий, учитывающий дисперсию ошибки и длительность переходного процесса

$$\aleph_i = f(x_i)\sqrt{m_i^2 + \sigma_i^2};$$

при заданной дисперсии σ_i^2 решением изопериметрической задачи вариационного исчисления можно показать, что $x_{i\min} = \frac{\pi^2}{T^2}$, поэтому интегральная оценка $\aleph_i$ будет иметь вид

$$\aleph_i = \sqrt{m_i^2 + \sigma_i^2}\left(1 + T_i\sqrt{x_i - \frac{\pi^2}{T^2}}\right),$$

T_i - время переходного процесса в контуре стабилизации заданного параметра x_i (при управлении в j-ом установившемся режиме оператором обычно выдерживаются не более трех параметров). При одновременной

оценке управления по всем параметрам каждого из установившихся режимов использовали безразмерный аддитивный глобальный критерий:

$$K_j = \sum_{i=1}^{3} \frac{\aleph_{ij}}{c_{ij}} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\sqrt{m_{ij}^2 + \sigma_{ij}^2}}{c_{ij}} \left(1 + \sqrt{x_{ij} - \frac{\pi^2}{T^2}} \right).$$

Фактически выбор значений c_i на выдерживание каждого i-го параметра равносилен введению значений весовых констант с присущими этому элементами субъективизма (избавиться в известной степени можно воспользовавшись приведенной выше методикой их выбора).

Выводы

Многокритериальность – неизбежное свойство оценки сложных систем (в строительном материаловедении, как и в управлении транспортными системами, качество нельзя свести к одному показателю; необходим учет совокупности разнородных критериев).

Традиционная однокритериальная оптимизация недостаточна (без ранжировки критериев и минимизации размерности критериального пространства невозможно получить объективную оценку эффективности системы).

Эффективным подходом является построение глобального аддитивного критерия и обоснованными весовыми коэффициентами (итерационная процедура определения весов через корреляцию частных критериев с глобальным критерием позволяет снизить субъективизм выбора весов и обеспечить их независимость от начальных значений).

Нормализация разнородных критериев – обязательный этап многокритериального анализа.

Библиографический список:

1. Гарькина И.А., Данилов А.М. Управление в сложных технических системах: методологические принципы управления / Региональная архитектура и строительство. – №1 (12) . – 2012. – С.39-43.

2. Гарькина И.А., Данилов А.М., Петренко В.О. Проблема многокритериальности при управлении качеством сложных систем / Мир транспорта и технологических машин. – 2013. – № 2 (41). – С. 123-129

3. Данилов А.М., Логанина В.И., Смирнов В.А. Анализ показателей лакокрасочных покрытий методом главных компонент / Известия КазГАСУ. – № 1 (11). – 2009. – С.243-246.

4. Подиновский В.В., Гаврилов В.М. Оптимизация по последовательно применяемым критериям. – М.: Советское радио. – 1975. – 192 с.

5. Сосновских С.С., Гарькина И.А., Абдуллазянов Р.Э., Сабитов Л.С., Гарькин И.Н. Оценка и прогнозирование параметров жизненного цикла зданий: критерий Колмогорова-Смирнова / Экономика строительства. –2026. –№ 2. – С. 604-606

6. Гарькина И.А., Язьев С.Б., Артемьев Д.А. Риск-ориентированный подход при оценке качества строительных материалов / Региональная архитектура и строительство. – 2026. – № 1 (66). – С. 67-75.

7. Garkina I. Modeling of kinetic processes in composite materials / Contemporary Engineering Sciences. – 2015. – Т. 8. – № 9. – С.421-425.

8. Авиационные тренажеры модульной архитектуры: монография; под редакцией Лапшина Э.В., д.т.н., профессора Данилова А.М. – Пенза, ИИЦ ПГУ. – 2005. – 146 с.

9. Гарькина И.А., Данилов А.М., Пылайкин С.А. Тренажеры и имитаторы транспортных систем: выбор параметров вычислений, оценка качества / Мир транспорта и технологических машин. – 2013. – № 3 (42). – С. 115-120.