

УДК 624.041

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСТЕННОГО Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ С НАРУЖНОЙ ОТБОРТОВКОЙ

*Волков Владимир Павлович,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».*

### **Аннотация**

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с обратной отбортовкой при расчете его на растяжение и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

**Ключевые слова:** гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

## GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD WITH OUT EDGE

*Volkov Vladimir Pavlovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".*

### **Abstract**

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with edge for calculation this on tension, curve, turn.

To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

**Keywords:** buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения:

$XU$  – главные центральные оси сечения;

$B=2b$  – габаритная ширина профиля сечения;

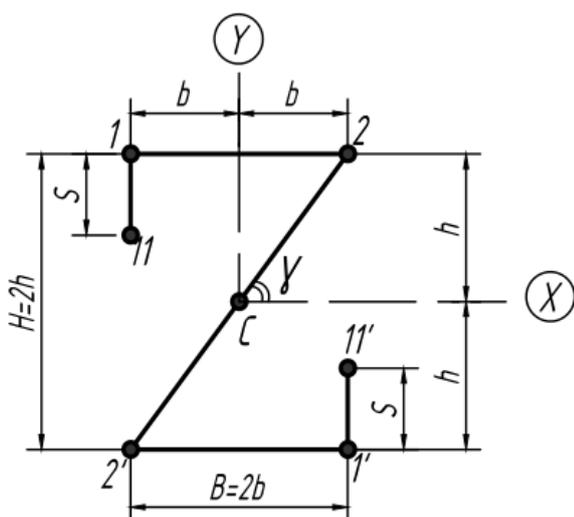
$H=2h$  – габаритная высота срединной линии профиля сечения;

$L$  – полная длина срединной линии профиля сечения;

$\delta$  – толщина листа тонкостенного стержня;

$s$  – длина отбортовки.

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины  $\delta$  с внутренней отбортовкой  $s$  (рис.1) рассмотрена в [1]:



$$0 < s \leq h,$$

$$\frac{s}{h} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3 \cdot \sin \gamma}}\right),$$

где  $\sin \gamma \geq \frac{2}{3}$ , т. е.

$$\frac{H}{B} \geq \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,89443.$$

Рисунок 1 - С внутренней отбортовкой  $s$

В статье рассматривается задача определения размеров внешней, т.е. наружной, отбортовки  $s$ , выходящей за пределы габаритов сечения  $B \times H$  для гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины  $\delta$  с

полкой, параллельной главной центральной оси  $X$ .

Учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения.

Декартовы координаты  $x, y$  характерных точек и длины соответствующих участков  $l$  (рис. 3):

$$\begin{aligned} x_{11} &= -b; & y_{11} &= h + s > 0; & l_{11} &= s; \\ x_1 &= -b; & y_1 &= h; & l_1 &= 2b; \\ x_2 &= b; & y_2 &= h; & l_2 &= \sqrt{b^2 + h^2}. \end{aligned}$$

Центральные оси  $XY$  (рис.3) являются главными [3], если

$$\begin{aligned} I_{XY} &= \int_{L/2} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0, \\ s \cdot b \cdot \left(h + \frac{s}{2}\right) &= \frac{l_2 \cdot b \cdot h}{3}, \\ s^2 + 2sh - \frac{2}{3} l_2 h &= 0, \\ s &= h \cdot \frac{2}{3 \cdot \sin \gamma}. \end{aligned} \quad (1)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{B}{H} \Rightarrow \frac{b}{h}; \\ l &= \frac{l_2}{h} \Rightarrow \sqrt{1 + \psi^2}; \\ \varepsilon &= \frac{s}{h} \Rightarrow \frac{2}{3 \cdot \sin \gamma}. \end{aligned}$$

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля:

$$\frac{L}{H} = \frac{L/2}{h} \Rightarrow l + 2 \cdot \psi + \varepsilon, \quad (2)$$

где  $L/2 = l_2 + 2b + s$ .

Главные осевые моменты инерции определяются по формулам:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} y^2(s) \cdot ds \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot y_2^2 - \frac{1}{3} \cdot Y_1^3 + \frac{1}{3} \cdot Y_{11}^3 \right\}, \\ I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} &\Rightarrow 2\psi + \frac{l}{3} + \varepsilon + \varepsilon^2 + \frac{\varepsilon^3}{3}; \quad (3) \\ I_y &= \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} x^2(s) \cdot ds \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ \frac{(2b)^3}{12} + \frac{l_2 \cdot b^2}{3} + s \cdot b^2 \right\},$$

$$I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow \left( \frac{2 \cdot \psi + l}{3} + \varepsilon \right) \cdot \psi^2. \quad (4)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h+s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{h+s} \cdot \left\{ l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot y_2^2 + \frac{1}{3} \cdot Y_1^3 - \frac{1}{3} \cdot Y_{11}^3 \right\},$$

$$W_x \cdot \frac{h+s}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow 2\psi + \frac{l}{3} + \varepsilon + \varepsilon^2 + \frac{\varepsilon^3}{3}; \quad (5)$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{b} \cdot \left\{ \frac{(2b)^3}{12} + \frac{l_2 \cdot b^2}{3} + s \cdot b^2 \right\},$$

$$W_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \left( \frac{2 \cdot \psi + l}{3} + \varepsilon \right) \cdot \psi. \quad (6)$$

Для нахождения главного секториального момента инерции

$I_\omega = \int_A \bar{\omega}^2(s) \cdot dA$  введем секториальные координаты  $\omega$  (удвоенная площадь сектора, где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C):

$$\omega_C = \omega_2 \Rightarrow 0;$$

$$\omega_1 = 2b \cdot h \Rightarrow h^2 \cdot (2 \cdot \psi); \quad (7)$$

$$\omega_{11} = \omega_1 - s \cdot b \Rightarrow h^2 \cdot (2 - \varepsilon) \cdot \psi. \quad (8)$$

Секториальный статический момент:

$$S = \int_A \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{l/2} \omega \cdot ds = 2 \cdot S_{11},$$

$$S_C = S_2 \Rightarrow 0;$$

$$S_1 = \delta \cdot \left( \frac{\omega_1 \cdot 2b}{2} \right) \Rightarrow \delta \cdot h^3 \cdot (2 \cdot \psi^2);$$

$$S_{11} = S_1 + \delta \cdot \frac{\omega_{11} + \omega_1}{2} \cdot s \Rightarrow \delta \cdot h^3 \cdot \left( 2 \cdot \psi^2 + \frac{4 - \varepsilon}{2} \cdot \psi \cdot \varepsilon \right). \quad (9)$$

Постоянная  $D$ , определяющая главную начальную точку отсчета  $M_0$ ,

т.е.  $s_0$  – расстояние от т. 2 до точки, где  $\bar{\omega} = 0$ :

$$D = \frac{S}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{S_{11}}{\delta^L/2} \Rightarrow h^2 \cdot \frac{2 \cdot \psi^2 + \frac{4-\varepsilon}{2} \cdot \psi \cdot \varepsilon}{l+2 \cdot \psi + \varepsilon}; \quad (10)$$

$$s_0 = 2b \cdot \frac{D}{\omega_1} \Rightarrow 2b \cdot \frac{\psi + \varepsilon - \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2}{l+2 \cdot \psi + \varepsilon}. \quad (11)$$

Главные секториальные координаты  $\bar{\omega} = \omega - D$ :

$$\bar{\omega}_c = \bar{\omega}_2 \Rightarrow h^2 \cdot \left(-\frac{D}{h^2}\right); \quad (12)$$

$$\bar{\omega}_1 \Rightarrow h^2 \cdot \left(2 \cdot \psi - \frac{D}{h^2}\right); \quad (13)$$

$$\bar{\omega}_{11} \Rightarrow h^2 \cdot \left((2 - \varepsilon) \cdot \psi - \frac{D}{h^2}\right). \quad (14)$$

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [2]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s) + \frac{B_\omega}{I_\omega} \cdot \bar{\omega}(s), \quad (15)$$

где внутренние усилия:

$N, M_x, M_y$  – соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения,  
 $B_\omega$  – бимомент в рассматриваемом поперечном сечении, определяемый из решения дифференциального уравнения для углов закручивания при стесненном кручении тонкостенного стержня открытого профиля.

### Библиографический список:

1. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) (дата обращения: 07.11.2016).

2. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - М: Высш. шк., 1995. - 560 с.; ил.