

УДК 539.3/.6

ВНЕЦЕНТРЕННО НАГРУЖЕННАЯ СТОЙКА С РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКОЙ

Бакушев Сергей Васильевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г.Пенза,*

доктор технических наук, профессор кафедры «Механика».

Мирзаханов Магомед Рамисович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г.Пенза,*

студент.

Аннотация.

В данной работе рассматриваются вопросы расчёта массивных упругих внецентренно нагруженных стоек, подверженных действию поперечных распределённых по линейному закону нагрузок. Даны формулы как для определения положения нейтральной линии и построения ядра сечения, так и для определения нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня. На конкретном примере показано, что поперечные распределённые нагрузки, действующие на внецентренно-сжатый упругий массивный стержень, приводят к изменению положения нейтральной линии. Ядро сечения под действием поперечной распределённой нагрузки сдвигается от центра тяжести поперечного сечения стержня и его положение для разных поперечных сечений будет разным. Несущая способность стойки при учёте поперечного распределённого воздействия уменьшается. Результаты исследований могут найти применение при расчёте массивных внецентренно сжатых упругих стоек на поперечную распределённую нагрузку.

Ключевые слова: упругий стержень, внецентренное сжатие, поперечная распределённая нагрузка, нейтральная линия, ядро сечения.

ECCENTRICALLY LOADED RACK WITH DISTRIBUTED LATERAL LOAD

Bakushev Sergey Vasilevish,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor, Professor of the department "Mechanics".

Mirzakhanov Magomed Ramisovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

student.

Abstract.

This paper discusses the problems of calculation of massive elastic eccentrically loaded struts subjected to the action of transverse loads distributed according to the linear law. Formulas are given both for determining the position of the neutral line and plotting the cross-sectional nucleus, and for determining the normal stresses in the cross-sections of the member. Using a specific example, it is shown that transverse distributed loads acting on an eccentric-compressed elastic massive member lead to a change in the position of the neutral line. The cross-sectional nucleus is displaced from the center of gravity of the cross-sectional section of the member under the action of the transverse distributed load, and its position will be different for different cross-sections. The load-bearing capacity of the strut is reduced when the lateral distributed action is taken into account. The results of the research can be used in the calculation of massive eccentrically compressed elastic struts for a transverse distributed load.

Keywords: elastic rod, off-center compression, cross load, transverse distributed load, cross-sectional core.

Введение.

Колонны, составляющие несущий каркас гражданских и промышленных зданий в основном работают либо на осевое, либо на внецентренное сжатие. При этом они же воспринимают и горизонтальную ветровую нагрузку, переда-

ющуюся на ограждающие конструкции. Таким образом, колонны гражданских и промышленных зданий, находясь в условиях внецентренного сжатия, воспринимают ещё и поперечную распределённую, как правило, по линейному закону, нагрузку.

В работе [1] решена задача расчёта внецентренно сжатой стойки с поперечной нагрузкой в виде сосредоточенных сил. Вопросам расчёта внецентренно сжатых стоек посвящены многие работы учёных и инженеров последнего десятилетия. Так в работе [2] рассматривается задача расчёта составных сжато-изгибаемых и внецентренно-сжатых деревянных стоек с податливыми нелинейно-деформируемыми связями сдвига. Интерес вызывают также вопросы расчёта внецентренно-сжатых и сжато-изгибаемых элементов из древесины и полимерных материалов [3]. Внецентренное сжатие с учётом нелинейной работы конструкции рассмотрено в работе [4]. Вопросы экспериментального исследования внецентренно сжатых стоек рассмотрены в работе [5]. Оценка несущей способности внецентренно сжатых железобетонных стоек выполнена в статье [6]. В нижеперечисленных работах выполнены исследования несущей способности и напряжённо-деформированного состояния сталетрубобетонных [7] или железобетонных [8] колонн и стоек с учётом нелинейных диаграмм работы материалов [9], а также предварительного напряжения трубобетонных стоек [10]. Вопросы определения перемещений во внецентренно сжатой стойке рассмотрены в работах [11, 12]. В работе [13] решена задача внецентренного ударного воздействия на упругую стойку.

В данной работе рассматриваются вопросы определения как несущей способности, так и вопросы построения нейтральной линии и ядра сечения внецентренно сжатой упругой массивной стойки, нагруженной дополнительно поперечной распределённой нагрузкой.

Теоретические основы расчёта.

Условие прочности поперечного сечения, взятого на расстоянии $z = L - l$ от основания внецентренно нагруженной массивной стойки, воспринимающей

ещё и поперечную распределённую по линейному закону нагрузку (рис. 1), можно записать в следующем виде [14]:

$$\sigma_Z^{\max} = \frac{F}{A} + \frac{Fy_0y}{l_x} + \frac{Fx_0x}{l_y} + \frac{(q_1 + 2q_0)x}{6l_y}(L-z)^2 \leq R_{\sigma}\gamma_d. \quad (1)$$

В формуле (1) обозначено:

F – равнодействующая внешних сил, действующая параллельно оси стержня, но не совпадающая с ней;

x_0, y_0 – координаты точки приложения силы F ;

x, y – координаты точки, в которой действует максимальное нормальное напряжение σ_Z^{\max} .

q_0 – интенсивность распределённой нагрузки в верхнем сечении стойки;

q_1 – интенсивность распределённой нагрузки в рассматриваемом сечении стойки;

L – длина стойки;

l – расстояние от верхнего сечения стойки до рассматриваемого сечения;

A – площадь поперечного сечения стойки;

I_x и I_y – осевые моменты инерции поперечного сечения стойки относительно главных центральных осей;

R_{σ} – расчётное сопротивление материала стойки по нормальным напряжениям;

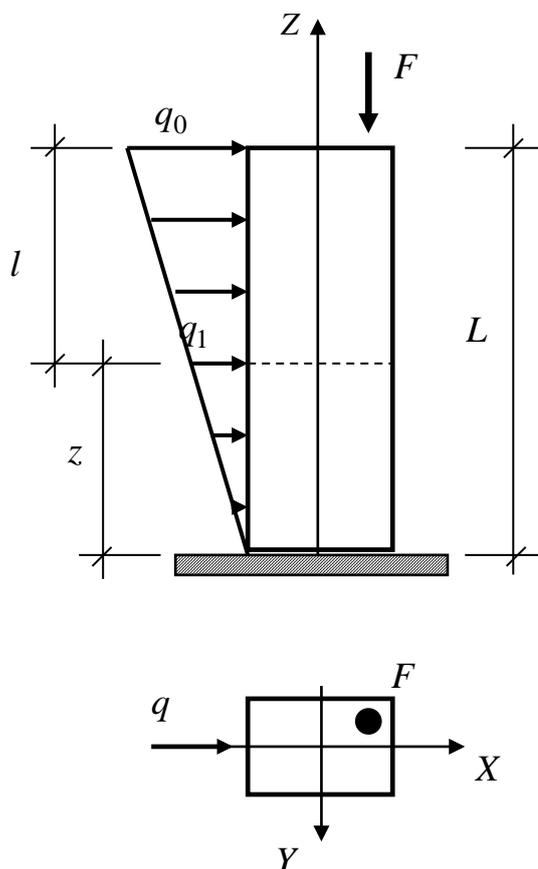


Рисунок 1 – Стойка

γ_d – коэффициент условий работы.

Уравнение нейтральной линии в рассматриваемом сечении стойки приводится к виду:

$$1 + \frac{y_0 y}{i_x^2} + \left[x_0 + \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} \right] \frac{x}{i_y^2} = 0. \quad (2)$$

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией в рассматриваемом сечении на осях координат, являющихся главными центральными осями инерции сечения, определяются не только геометрией сечения и точкой приложения силы F , но и величиной силы F , а также интенсивностью распределённой нагрузки, причём величина этого отрезка на оси X зависит от положения рассматриваемого сечения. Величина отрезков равна:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_0 + \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F}}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_0}. \quad (3)$$

На основании формул (3) можно построить не только нейтральную линию, но и ядро сечения:

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F}; \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y}. \quad (4)$$

Несущая способность внецентренно нагруженного стержня с поперечной распределённой нагрузкой определяется по наиболее нагруженным точкам контура опасного поперечного сечения стержня в сжатой и растянутой зонах, в соответствии с формулой

$$F \leq \frac{R_\sigma \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{l_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{l_y} + \frac{(q_1 + 2q_0)x}{6l_y F} L^2}. \quad (5)$$

Опасное сечение, в котором $\sigma_Z = \sigma_Z^{\max}$, в соответствии с (1), будет совпадать с нижним сечением стойки при $z = 0$.

Пример расчёта.

Рассмотрим упругую массивную стойку длиной $l = 4 \text{ м}$ с прямоугольным поперечным сечением с размерами $b = 0,4 \text{ м}$ и $h = 0,6 \text{ м}$. Стойка внецентренно сжата силой $F = 20 \text{ кН}$, приложенной в точке с координатами $x_0 = 0,1 \text{ м}$ и $y_0 = 0,15 \text{ м}$ (рис. 1). Кроме того, на стойку по всей её длине в направлении оси X действует распределённая по линейному закону нагрузка, максимальная интенсивность которой $q_0 = 5 \text{ кН/м}$. Расчётное сопротивление материала стойки $R_{\sigma} = 100 \text{ МПа}$, коэффициент условий работы принимаем $\gamma_d = 1$.

Квадраты радиусов инерции поперечного сечения стойки равны:

$$i_x^2 = \frac{l_x}{A} = \frac{bh^3}{12bh} = 2 \frac{0,4 \cdot 0,6^3}{12 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = 0,03 \text{ м}^2;$$

$$i_y^2 = \frac{l_y}{A} = \frac{b^3h}{12bh} = \frac{0,4^3 \cdot 0,6}{12 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = 0,013 \text{ м}^2.$$

В верхнем сечении стойки ($z = L$) отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат, будут равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_0} = -\frac{0,013}{0,1} = -0,13 \text{ м}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_0} = -\frac{0,03}{0,15} = -0,2 \text{ м};$$

В среднем сечении стойки ($z = 0,5L$) отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат, будут равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_0 + \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F}} = -\frac{0,013}{0,1 + \frac{(2,5 + 2 \cdot 5)[4 - 2]^2}{6 \cdot 20}} = -0,02516 \text{ м};$$

$$a_y = -\frac{i_x^2}{y_0} = -0,2 \text{ м}.$$

В нижнем сечении стойки ($z = 0$) отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат, будут равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_0 + \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F}} = -\frac{0,013}{0,1 + \frac{(0 + 2 \cdot 5)[4 - 0]^2}{6 \cdot 20}} = -0,00907 \text{ м};$$

$$a_y = -\frac{i_x^2}{y_0} = -0,2 \text{ м.}$$

На рис. 2 показано положение нейтральных линий в верхнем, среднем и нижнем сечениях стойки.

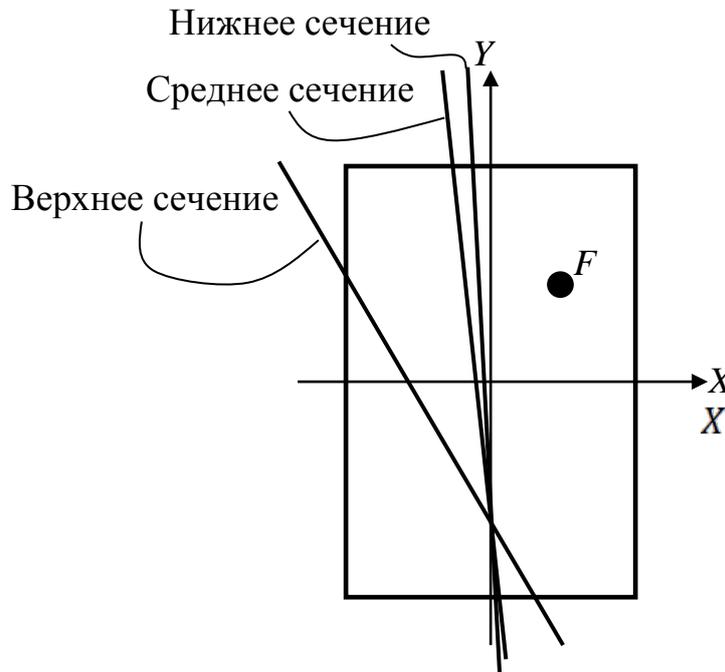


Рисунок 2 – Сечение стойки

Положение ядра сечения в верхнем, среднем и нижнем сечениях стойки показано на рис. 3. Координаты вершин ядра сечения, следующие:

- верхнее сечение $z = L$:

т.1: $x_0 = 0 \text{ м}; y_0 = 0,1 \text{ м};$

т.2: $x_0 = 0,065 \text{ м}; y_0 = 0 \text{ м};$

т.3: $x_0 = 0 \text{ м}; y_0 = -0,1 \text{ м};$

т.4: $x_0 = -0,065 \text{ м}; y_0 = 0 \text{ м}.$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = -0,3 \text{ м}. \quad x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} = 0 \text{ м}, \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{-0,3} = 0,1 \text{ м}.$$

$$a_x = -0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м}. \quad x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,013}{-0,2} = 0,065 \text{ м}, \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м}.$$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = 0,3 \text{ м}. \quad x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} = 0 \text{ м}, \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{0,3} = -0,1 \text{ м}.$$

$$a_x = 0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м}. \quad x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0,013}{0,2} = -0,065 \text{ м}, \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м}.$$

- среднее сечение $z = \frac{L}{2}$:

$$\text{T.1: } x_0 = -0,41667 \text{ м}; \quad y_0 = 0,1 \text{ м};$$

$$\text{T.2: } x_0 = -0,35167 \text{ м}; \quad y_0 = 0 \text{ м};$$

$$\text{T.3: } x_0 = -0,41667 \text{ м}; \quad y_0 = -0,1 \text{ м};$$

$$\text{T.4: } x_0 = -0,48167 \text{ м}; \quad y_0 = 0 \text{ м}.$$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = -0,3 \text{ м}.$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = 0 - \frac{(2,5 + 2 \cdot 5)[4 - 2]^2}{6 \cdot 20} = -0,41667 \text{ м}.$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{-0,3} = 0,1 \text{ м}.$$

$$a_x = -0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м}.$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = -\frac{0,013}{-0,2} - \frac{(2,5 + 2 \cdot 5)[4 - 2]^2}{6 \cdot 20} = -0,35167 \text{ м}.$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м}.$$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = 0,3 \text{ м}.$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = 0 - \frac{(2,5 + 2 \cdot 5)[4 - 2]^2}{6 \cdot 20} = -0,41667 \text{ м}.$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{0,3} = -0,1 \text{ м}.$$

$$a_x = 0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м}.$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = -\frac{0,013}{0,2} - \frac{(2,5 + 2 \cdot 5)[4 - 2]^2}{6 \cdot 20} = -0,48167 \text{ м}.$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м.}$$

- нижнее сечение $z = 0$:

т.1: $x_0 = -1,33333 \text{ м}; y_0 = 0,1 \text{ м};$

т.2: $x_0 = -1,26833 \text{ м}; y_0 = 0 \text{ м};$

т.3: $x_0 = -1,33333 \text{ м}; y_0 = -0,1 \text{ м};$

т.4: $x_0 = -1,39833 \text{ м}; y_0 = 0 \text{ м.}$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = -0,3 \text{ м.}$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = 0 - \frac{(0 + 2 \cdot 5)[4 - 0]^2}{6 \cdot 20} = -1,33333 \text{ м.}$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{-0,3} = 0,1 \text{ м.}$$

$$a_x = -0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м.}$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = -\frac{0,013}{0,2} - \frac{(0 + 2 \cdot 5)[4 - 0]^2}{6 \cdot 20} = -1,26833 \text{ м.}$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м.}$$

$$a_x = -\infty \text{ м}, a_y = 0,3 \text{ м.}$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = 0 - \frac{(0 + 2 \cdot 5)[4 - 0]^2}{6 \cdot 20} = -1,33333 \text{ м.}$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0,03}{0,3} = 0,1 \text{ м.}$$

$$a_x = 0,2 \text{ м}, a_y = -\infty \text{ м.}$$

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{a_x} - \frac{(q_1 + 2q_0)[L - z]^2}{6F} = -\frac{0,013}{0,2} - \frac{(0 + 2 \cdot 5)[4 - 0]^2}{6 \cdot 20} = -1,33333 \text{ м.}$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{a_y} = 0 \text{ м.}$$

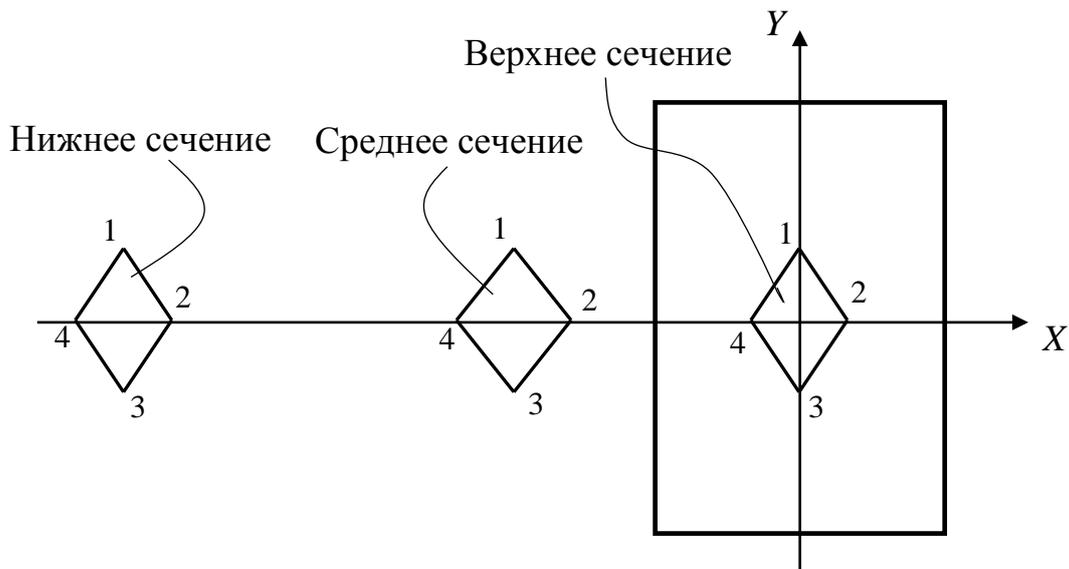


Рисунок 3 – Сечение стойки

Несущая способность стойки, в соответствии с рис. 2, определяется в точке с координатами $x_m = 0,2 \text{ м}$; $y_m = 0,3 \text{ м}$. Без учёта распределённой нагрузки несущая способность равна:

$$F \leq \frac{R_{\sigma} \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{l_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{l_y}} = \frac{10}{\frac{1}{0,4 \cdot 0,6} + \frac{0,15 \cdot 0,3 \cdot 12}{0,4 \cdot 0,6^3} + \frac{0,1 \cdot 0,2 \cdot 12}{0,4^3 \cdot 0,6}} = 0,6 \text{ кН}.$$

Несущая способность стойки с распределённой нагрузкой равна:

$$F \leq \frac{R_{\sigma} \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{l_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{l_y} + \frac{(q_1 + 2q_0) x_{\max}}{6 l_y F} L^2} =$$

$$= \frac{10}{\frac{1}{0,4 \cdot 0,6} + \frac{0,15 \cdot 0,3 \cdot 12}{0,4 \cdot 0,6^3} + \frac{0,1 \cdot 0,2 \cdot 12}{0,4^3 \cdot 0,6} + \frac{(0 + 2 \cdot 5) \cdot 0,2 \cdot 12}{6 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6 \cdot 20} 4^2} = 0,1 \text{ кН}.$$

Выводы.

1. Действие распределённой поперечной нагрузки на внецентренно нагруженную стойку приводит к изменению положения нейтральной линии.

2. Ядро сечения под действием поперечной распределённой нагрузки сдвигается от центра тяжести поперечного сечения стойки и его положение для разных поперечных сечений будет разным.

3. Несущая способность внецентренно нагруженной стойки при учёте поперечного распределённого воздействия уменьшается.

Результаты исследований могут найти применение при расчёте массивных внецентренно сжатых упругих стоек на поперечную распределённую нагрузку.

Библиографический список:

1. *Бакушев С.В., Лощинин Н.А.* Расчёт внецентренно сжатой стойки на поперечную нагрузку // Моделирование и механика конструкций. 2023. №17.

2. *Попов Е.В., Гетман Д.В., Лабудин Б.В., Сопилов В.В., Елуков А.С.* Расчёт сжато-изогнутых составных деревянных стоек с нелинейно-податливыми связями сдвига. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. 2022. № 1. С. 55-70. DOI: 10.25686/2542-114X.2022.1.55.

3. *Пятикрестовский К.П.,* Исследование сопоставительных расчетов внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов из древесины (по нормам СНиП ii-25-80 и по теории сопротивления материалов) // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2014. № 3 (339). С. 114-124.

4. *Обозов В.И.* Нелинейный изгиб железобетонных гибких колонн при внецентренном сжатии / В.И. Обозов, Х.А. Эль-Тохари // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2007. - № 2. - С. 33-36.

5. *Бузало Н.А.* Экспериментальное исследование напряжённо-деформированного состояния внецентренно сжатых стоек с повреждениями / Н.А. Бузало, И.В. Гонтаренко // Науковедение: интернет-журнал. - 2014. - № 1 (20). - С. 56.

6. *Георгиев С.В., Соловьёва А.И., Беккиев М.Ю.* К методике расчета по прочности железобетонных гибких внецентренно сжатых стоек. // Инженерный вестник Дона. 2022. № 12 (96). С. 572-590.
7. *Римшин В.И., Семенова М.Н., Шубин И.Л., Кришан А.Л., Астафьева М.А.* Исследования несущей способности внецентренно сжатых сталетрубо-бетонных колонн. // Строительные материалы. 2022. № 6. С. 8-14. DOI: 10.31659/0585-430X-2022-803-6-8-14.
8. *Тарасов А.А.* Определение напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых железобетонных стержней с использованием деформационной модели // Строительная механика и конструкции. 2021. № 2 (29). С. 70-79.
9. *Ведерникова А.А., Опбул Э.К.* Расчет несущей способности внецентренно сжатых труботонных элементов с учетом нелинейных диаграмм материалов // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 1 (84). С. 36-45. DOI: 10.23968/1999-5571-2021-18-1-36-45.
10. *Горынин Г.Л., Снигирева В.А.* Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых предварительно напряженных труботонных стоек // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2020. № 11 (743). С. 5-17. DOI: 10.32683/0536-1052-2020-743-11-5-17.
11. *Бакушев С.В.* Перемещения внецентренно нагруженного упругого стержня // Региональная архитектура и строительство. 2019. № 1 (38). С. 69-75.
12. *Бакушев С.В.* Перемещения внецентренно нагруженного упругого стержня с учётом его собственного веса. // //Строительная механика и расчёт сооружений. – 2019. №4 (285). – С.2-9.
13. *Бакушев С.В.* Внецентренный упругий удар. // //Строительная механика и расчёт сооружений. – 2019. №5 (286). – С.26-33.
14. *Бакушев С.В., Колесникова М.С.* Виды распределённых нагрузок на сооружения. // Электронный журнал «Моделирование и механика конструкций». Выпуск №7. 2018.

