

УДК 624.041

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОГОНА ИЗ ГНУТОГО ТОНКОСТЕННОГО Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ

Волков Владимир Павлович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г.Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с полками, расположенными перпендикулярно к стенке, с отбортовкой под углом в 45 градусов к полке при расчете его на растяжение-сжатие и изгиб. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления.

Ключевые слова: гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления.

GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD REINFORCED STRINGER

Volkov Vladimir Pavlovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department «Mechanics».

Abstract

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with shelf reinforced stringer, parallel one main central axis section, with manufacture for calculation this on tension-stress, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes

moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Keywords: buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения:

XU – главные центральные оси сечения;

$B=2b$ – ширина срединной линии профиля сечения без отбортовки;

$H=2h$ – высота срединной линии профиля сечения без отбортовки;

$\delta \ll h, b$ – толщина срединной линии профиля сечения;

L – полная длина срединной линии профиля сечения;

α – угол между главной центральной осью U и стенкой профиля;

s – длина отбортовки;

$i = \tan \alpha$ – уклон стропильной балки;

$b_h = b/h = B/H$ – относительная ширина профиля сечения;

$r_h = r/h$ – относительный радиус закругления профиля сечения.

Ранее задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения различных типов гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения (рис.1) с полкой параллельной главной центральной оси X была рассмотрена в работах [1-12].

В статье рассматривается задача определения длины отбортовки s , расположенной под углом в 45 градусов к полке, из условия чтобы угол наклона главной центральной оси U со стенкой совпадал с углом наклона стропильной балки, что приводит к деформациям плоского поперечного изгиба прогонов Z-образной формы от действия вертикальной поперечной нагрузки, а также задача определения геометрических характеристик сечения Z-образного сечения прогона при этом..

Учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину

сечения прогона.

Предполагая треугольную эпюру давления на полки прогона от нуля на свободном крае до максимума на краю стыка полки со стенкой, найдем длину полки b из условия, чтобы равнодействующая эпюры поперечного давления на полки проходила через центр симметрии сечения прогона:

$$\frac{1}{3}b = h \cdot \tan \alpha, \quad b = 3 \cdot h \cdot \tan \alpha.$$

Декартовы координаты x, y характерных точек сечения:

$$\begin{aligned} x_1 &= h \cdot \sin \alpha, & y_1 &= h \cdot \cos \alpha, \\ \Delta x_1 &= x_1 - 0, & \Delta y_1 &= y_1 - 0, & x_{C_1} &= \frac{x_1+0}{2}, & y_{C_1} &= \frac{y_1+0}{2}; \\ x_2 &= x_1 - b \cdot \cos \alpha, & y_2 &= y_1 + b \cdot \sin \alpha, \\ \Delta x_2 &= x_2 - x_1, & \Delta y_2 &= y_2 - y_1, & x_{C_2} &= \frac{x_2+x_1}{2}, & y_{C_2} &= \frac{y_2+y_1}{2}; \end{aligned}$$

Определение предельного угла наклона α или уклона $i = \tan \alpha$ из условия:

$$\begin{aligned} I_{XY} &= \int_0^{L/2} x(s) \cdot y(s) \cdot \delta \cdot ds > 0, \\ \frac{h}{12} \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1 + h \cdot x_{C_1} \cdot y_{C_1} + \frac{b}{12} \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2 + b \cdot x_{C_2} \cdot y_{C_2} &> 0, \\ \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \cdot \tan \alpha \cdot (1 + 3 \cdot \tan^2 \alpha) &> 0, \\ 0 \leq \alpha < 11,2^\circ, & \quad i = \tan \alpha < \frac{19,87}{100}. \end{aligned} \quad (1)$$

При выполнении этих условий найдем длину отбортовки s из условия:

$$\begin{aligned} I_{XY} &= \int_0^{L/2} x(s) \cdot y(s) \cdot \delta \cdot ds = 0, \\ \frac{h}{12} \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta y_1 + h \cdot x_{C_1} \cdot y_{C_1} + \frac{b}{12} \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta y_2 + b \cdot x_{C_2} \cdot y_{C_2} + \\ &+ \frac{1}{12} \cdot s^3 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) + \\ &+ s \cdot \left(x_2 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right) \cdot \left(y_2 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где искомое значение $s > 0$ найдем из решения кубического уравнения.

Длина контура средней линии сечения Z-образного прогона:

$$L = 2 \cdot (s + b + h).$$

Площадь сечения Z-образного прогона:

$$A = \delta \cdot L. \quad (3)$$

Главные осевые моменты инерции определяются по формулам:

$$I_X = \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{L/2} \delta(s) \cdot y^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\delta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{3} \cdot y_1^2 + \frac{b}{12} \cdot \Delta y_2^2 + b \cdot y_{C_2}^2 + \\ \frac{s}{12} \cdot \left(s \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \right)^2 + \\ + s \cdot \left(y_2 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \right)^2 \end{array} \right\}, \quad (4)$$

$$I_Y = \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{L/2} \delta(s) \cdot x^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\delta \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{3} \cdot x_1^2 + \frac{b}{12} \cdot \Delta x_2^2 + b \cdot x_{C_2}^2 + \\ \frac{s}{12} \cdot \left(s \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \right)^2 + \\ + s \cdot \left(x_2 - \frac{1}{2} \cdot s \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \right)^2 \end{array} \right\}. \quad (5)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} \Rightarrow \frac{I_x}{y_2}, \quad (6)$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{max}} \Rightarrow \frac{I_y}{s \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - x_2}. \quad (7)$$

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [14]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s), \quad (12)$$

где внутренние усилия:

N, M_x, M_y – соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения.

Библиографический список:

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня[Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. URL: <http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya->

[mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) .

2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

6. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой с учетом изготовления [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

[zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) (дата обращения: 07.11.2017).

7. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением с учетом изготовления [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2018. №7. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 07.05.2018).

8. Волков В.П. Напряженно-деформированное состояние тонкостенного Z-образного стержня переменной толщины без закругления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2019. №8. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 06.05.2019).

9. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением и с усиленной отбортовкой с учетом изготовления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2019. №9. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 06.11.2019).

10. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2020. №10. URL: <http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya->

[mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) (дата обращения: 05.05.2020).

11. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглениями, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2020. №11. URL:

http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 12.11.2020).

12. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с ступенчатым закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2021. №12. URL:

http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 25.04.2021).

13. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня со ступенчатыми закруглениями, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2021. №13. URL:

http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file (дата обращения: 11.11.2021).

14. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - М: Высш. шк., 1995. - 560 с.; ил.