

УДК 624.07

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ С НАКЛОННОЙ ТРЕЩИНОЙ

Зернов Владимир Викторович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г.Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Подшивалова Кристина Сергеевна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г.Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Организация и безопасность
движения».*

Аннотация

Достаточно старый вопрос о состоянии железобетонной балки после образования в ней трещины имеет большой теоретический и практический интерес. Одним из недостатков существующей теории, на наш взгляд, является неполное использование общих уравнений, что влечет за собой излишнее число произвольных допущений. Предлагаемое исследование направлено на устранение указанного недостатка.

Ключевые слова: поперечная сила, прочность, хомуты, напряжение.

ABOUT THE STRESS STATE OF REINFORCED CONCRETE BEAMSWITH AN INCLINED CRACK

Zernov Vladimir Viktorovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.

Podshivalova Kristina Sergeevna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Organization and traffic safety”.

Abstract

Quite an old question about the condition of reinforced concrete beams after the formation of the cracks is of great theoretical and practical interest. One of the shortcomings of the existing theory, in our opinion, is incomplete share equations, which leads to an excessive number of arbitrary assumptions. The proposed study aims to eliminate this drawback.

Keywords: transverse strength, strength, clamps, voltage.

Рассматривается участок балки (пролет среза), на котором образовалась критическая наклонная трещина. Расчетная схема взаимодействия верхнего и нижнего блоков балки, заимствованная из работы [1], приведена на рисунке 1. Здесь $q_{\text{хом}}$ – интенсивность нагрузки, создаваемой хомутами. Как известно из опытов, на участке наклонной трещины напряжения в хомутах можно считать равными расчетному сопротивлению $R_{\text{хом}}$. Поэтому $q_{\text{хом}}=R_{\text{хом}}f_{\text{хом}}n_{\text{хом}}$, где $f_{\text{хом}}$ – площадь поперечного сечения одной ветви хомута; $n_{\text{хом}}$ – число ветвей хомутов на единицу длины балки. Поперечное сечение балки предполагается прямоугольным с постоянной вдоль балки шириной b . Очертание трещины $x(s)$ считается известным. Требуется определить нормальные и касательные напряжения в поперечном сечении балки над трещиной.

За основу теории принимаем следующее достаточно гибкое допущение относительно нормальных напряжений в поперечном сечении балки выше трещины:

$$\sigma_v = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_x) \frac{v^m}{x^m} = \sigma_0 \left[1 - (1 - k) \frac{v^m}{x^m} \right], \quad (1)$$

где $m=const$ – заданный параметр, а $\sigma_0(s)$ и $k(s)=\sigma_x(s):\sigma_0(s)$ – подлежащие определению функции.

Для дальнейшего решения задачи имеем в своем распоряжении условия равновесия верхнего блока балки (2) – (6), граничное условие на поверхности трещины (7) и условие на нижней грани балки в начале трещины (8):

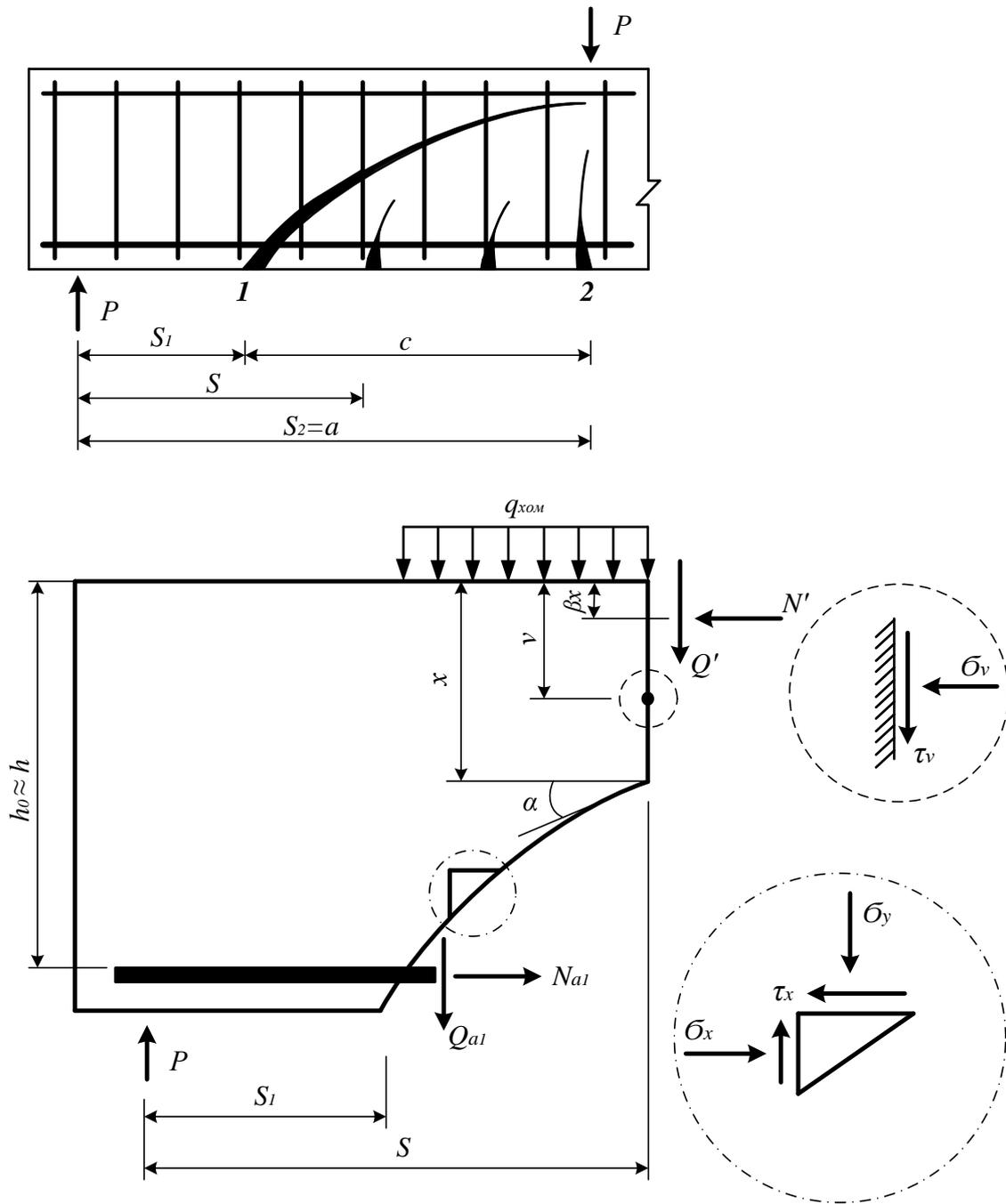


Рисунок 1 – Расчетная схема взаимодействия верхнего и нижнего блоков балки

$$N' = \int_0^x \sigma_v b dv = \sigma_0 b x \frac{m+k}{m+1} = N_{a1} = const, \quad (2)$$

$$N' \beta x = \int_0^x \sigma_v b v dv = \sigma_0 \frac{b x^2}{2} \frac{m+2k}{m+2}, \quad (3)$$

$$N'(h - \beta x) = M' = M - Q_{a1}(s - s_1) - q_{xom} \frac{(s-s_1)^2}{2}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tau_v &= \int_0^v \frac{d\sigma_v}{ds} d\mu = v \frac{d\sigma_0}{ds} + \frac{1}{m+1} \frac{v^{m+1}}{x^m} \times \\ &\times \left[\sigma_0 \frac{dk}{ds} - (1-k) \frac{d\sigma_0}{ds} + m(1-k) \sigma_0 \frac{1}{x} \frac{dx}{ds} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q' &= Q - Q_{a1} - q_{xom}(s - s_1) = \int_0^x \tau_v b dv = \\ &= \frac{bx^2}{2} \frac{d\sigma_0}{ds} + \frac{bx^2}{(m+1)(m+2)} \left[\sigma_0 \frac{dk}{ds} - (1-k) \frac{d\sigma_0}{ds} + m(1-k) \sigma_0 \frac{1}{x} \frac{dx}{ds} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия:

$$\tau_x = -\sigma_x \frac{dx}{ds} \quad (7)$$

$$b\tau_x(s_1) = \left. \frac{dN_a(s)}{ds} \right|_{s=s_1} \approx \frac{N_{a1}}{s_1} = \frac{N'}{s_1}. \quad (8)$$

Здесь $Q=P$ и $M=Ps$ – поперечная сила и изгибающий момент во всем поперечном сечении балки. Штрихом отмечены усилия, воспринимаемые верхним блоком.

Рассмотрим следствия, вытекающие из уравнений (1) – (8). Из (2)

$$\sigma_0 = \frac{N'(m+1)}{bx(m+k)}. \quad (9)$$

Из (2) и (3)

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{m+1}{m+2} \frac{m+2k}{m+k}. \quad (10)$$

С другой стороны, из (4)

$$\beta = \frac{h}{x} \left(1 - \frac{M'}{N'h} \right). \quad (11)$$

Соотношение (10) полезно представить также в форме

$$k = \frac{m}{2} \frac{2 \frac{m+2}{m+1} \beta - 1}{1 - \frac{m+2}{m+1} \beta}. \quad (12)$$

В квадратных скобках формул (5) и (6) стоит одно и то же выражение.

Учет этого обстоятельства дает

$$\tau_v = v \left(1 - \frac{m+2}{2} \frac{v^m}{x^m} \right) \frac{d\sigma_0}{ds} + (m+2) \frac{Q'}{bx} \frac{v^{m+1}}{x^{m+1}}. \quad (13)$$

В частности, при $v = x$

$$\tau_v = -\frac{m}{2} x \frac{d\sigma_0}{ds} + (m+2) \frac{Q'}{bx}. \quad (14)$$

Теперь граничные условия (7) и (8) принимают вид

$$\frac{m}{2} x \frac{d\sigma_0}{ds} - (m+2) \frac{Q'}{bx} = k\sigma_0 \frac{dx}{ds}, \quad (15)$$

$$-bh \frac{m}{2} \left(\frac{d\sigma_0}{ds_1} \right) + (m+2) \frac{Q_1'}{h} = \frac{N'}{s_1}. \quad (16)$$

Рассматривая (16) совместно с (15) и (9), получаем

$$k_1 \equiv k(s_1) = \frac{m}{\frac{s_1}{h}(m+1)tg\alpha_1 - 1}, \quad (17)$$

где $tg\alpha_1 = -\left(\frac{dx}{ds_1}\right)$; α_1 – угол наклона трещины в ее начале, т.е. при $s=s_1$.

Зная k_1 , по формуле (10) определяем β_1 , а затем из (11) находим

$$N' = \frac{M_1'}{h(1-\beta_1)} = \frac{M_1}{h(1-\beta_1)} = \frac{Q}{1-\beta_1} \frac{s_1}{h}. \quad (18)$$

Как известно, в сечении $s=s_2=a$ распределение нормальных напряжений близко к прямоугольному. Полагая поэтому в (11) $\beta_2=0,5$, определяем M_2' , а следовательно, и нагельную поперечную силу Q_{a1} . Далее по формулам (11), (12) и (9) можно вычислить β , k и σ_0 для любого сечения балки.

После того, как найдена величина σ_0 , из (15) выражаем произвольную $d\sigma_0/ds$. Подставляя ее в (13), получаем формулу для касательных напряжений

$$\tau_v = \frac{\nu}{x} \frac{2}{m} \left[\left(1 - \frac{m+2}{2} \frac{\nu^m}{x^m} \right) k\sigma_0 \frac{dx}{ds} + (m+2) \frac{Q'}{bx} \left(1 - \frac{\nu^m}{x^m} \right) \right]. \quad (19)$$

Полученное общее решение задачи относится к трещине произвольного (заданного) очертания. Ниже в качестве иллюстрации приводится одно простое частное решение, относящееся к трещине определенной формы.

Рассмотрим решение задачи, соответствующее условию $k(s)=const$. Ради простоты и определенности примем, что балка не имеет хомутов. По общим формулам находим

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{m+1}{m+2} \frac{m+2k}{m+k} = const, \quad (20)$$

$$N' = \frac{Q}{1-\beta} \frac{s_1}{h}, \quad (21)$$

$$\sigma_0 = \frac{Q}{bx} \frac{m+1}{(1-\beta)(m+k)} \frac{s_1}{h}, \quad (22)$$

$$\frac{dx}{ds} = -\frac{1-\beta}{\beta} \frac{h}{s_1} \frac{Q'}{Q} = const, \quad (23)$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{m+k}{k} \frac{m+2k}{m^2+3m+2k}, \quad (24)$$

$$\tau_v = \frac{m+2}{m+2k} \frac{2Q'v}{bx} \frac{v}{x} \left[1 - (1-k) \frac{v^m}{x^m} \right]. \quad (25)$$

В этом решении параметр k является задаваемой величиной, как и параметр m . Результат (23) получен из (4), а соотношение (24) – из (17). Согласно (23) в рассматриваемом случае трещина имеет прямолинейную форму.

Если $k=1$, т.е. эпюра нормальных напряжений во всех сечениях является прямоугольной, то

$$\beta = \frac{1}{2}, \quad N' = 2Q \frac{s_1}{h}, \quad Q' = Q, \\ \sigma_0 = \frac{2Q}{bx} \frac{s_1}{h}, \quad \tau_v = \frac{2Qv}{bx} \frac{v}{x}, \quad \frac{dx}{ds} = \frac{h}{s_1}. \quad (26)$$

Таким образом, задача определения напряженного состояния балки над трещиной решена.

Библиографический список:

1. Залесов А.С., Ильин О.Ф. Несущая способность железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. 1972. № 6. С. 19-20.
2. Титов И.А. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов в зоне действия поперечных сил: дис. ... канд. техн. наук. М.: НИИЖБ, 1974.
3. Гвоздев А.А., Залесов А.С., Титов И.А. Силы зацепления в наклонных трещинах // Бетон и железобетон. 1975. № 7. С. 44-46.
4. Тунгушбаев Н.М., Залесов А.С., Сигалов Э.Е. Трещиностойкость и прочность железобетонных изгибаемых элементов в наклонных сечениях // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1976. № 5.