

УДК 539.3

## **РАСЧЁТ ФЕРМЫ С ЖЁСТКИМИ И ШАРНИРНЫМИ УЗЛАМИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Бакушев Сергей Васильевич,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*доктор технических наук, профессор кафедры «Механика».*

### **Аннотация**

В данной работе представлены результаты расчёта плоской треугольной фермы методом конечных элементов. Узлы сопряжения элементов фермы, а также узлы опирания приняты как шарнирными, так и жёстко защемлёнными. Рассмотрено восемь расчётных схем фермы. Изменение условия сопряжения элементов фермы, а также условий опирания фермы обусловлено действием агрессивной внешней среды, в результате чего узлы сопряжения могут потерять свои первоначальные свойства, например шарнирное соединения может стать жёстким. Анализ результатов расчёта показывает, что изменение расчётной схемы фермы, при неизменной нагрузке, может существенно повлиять на внутренние усилия в элементах фермы, которые для различных расчётных схем будут испытывать различные виды сопротивления: от простого осевого растяжения сжатия до плоского поперечного и продольно-поперечного изгиба.

**Ключевые слова:** упругая ферма, внутренние усилия, метод конечных элементов.

## **FINITE ELEMENT ANALYSIS OF TRUSSES WITH RIGID AND HINGED JOINTS**

*Bakushev Sergey Vasilevich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor of the department "Mechanics".*

## Abstract

This paper presents the results of the calculation of a flat triangular truss by the finite element method. The junctions of the truss elements, as well as the support nodes, are adopted as both hinged and rigidly clamped. Eight design schemes of the farm are considered. Changes in the mating condition of truss elements, as well as the support conditions of the truss, are caused by the action of an aggressive external environment, as a result of which the mate nodes may lose their original properties, for example, the swivel joint may become rigid. Analysis of the calculation results shows that changing the design model of the truss, with the same load, can significantly affect the internal forces in the truss elements, which for different design models will experience different types of resistance: from simple axial compressive tension to planar transverse and longitudinal-transverse bending.

**Keywords:** elastic truss, in-house efforts, finite element method.

## Введение

Строительные конструкции в процессе эксплуатации должны удовлетворять требованиям безопасности, надёжности, долговечности и быть экономичными [1, 2].

Под механической *безопасностью* понимают состояние строительных конструкций при котором отсутствует недопустимый риск, связанный с причинением вреда жизни или здоровью граждан, имуществу физических или юридических лиц, окружающей среде вследствие разрушения конструкции в целом или их части.

Под *надёжностью* строительной конструкции понимается способность строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчётного срока эксплуатации.

Под *долговечностью* строительной конструкции понимается способность строительного объекта сохранять прочностные, физические и другие свойства, устанавливаемые при проектировании и обеспечивающие его нормальную эксплуатацию в течение расчётного срока службы.

*Экономичность* строительного объекта означает, что он должен удовлетворять требованиям безопасности, надёжности и долговечности при условии наименьшей стоимости его изготовления и эксплуатации.

Другими словами, строительная конструкция должна в процессе эксплуатации сохранять качества, заложенные при проектировании. Однако, как правило, качества, заложенные при проектировании, в процессе эксплуатации не остаются неизменными. Причиной этого являются как человеческий фактор, случайное и непреднамеренное повреждение конструкции, так и агрессивность окружающей среды, приводящий к возникновению коррозии [3].

Для стальных конструкций коррозия является чрезвычайно сильным детерминантом, приводящим не только к повреждению элементов строительной конструкции, но и к изменению её расчётной схемы, что чревато переходом конструкции в предельное и запредельное состояния. Под воздействием коррозии узлы сопряжения элементов строительных конструкций могут потерять свои первоначальные свойства, например шарнирное соединения может стать жёстким.

В данной работе анализируется изменение внутренних усилий в элементах плоской треугольной фермы для различных случаев её опирания (жёсткое либо шарнирное опирание) и различных схем узловых соединений (жёсткое либо шарнирное соединение). Расчёт выполняется методом конечных элементов [4].

## **Исходные данные**

Схема фермы представлена на рис. 1.

Длины элементов фермы:

$$l_1 = 3 \text{ м}; l_2 = 3 \text{ м}; l_3 = 3,231 \text{ м}; l_4 = 1,2 \text{ м}; l_5 = 3,231 \text{ м}.$$

Угол между элементами [1] и [2] –  $\alpha = 0,380506$  рад.

Ферма находится под воздействием трёх сосредоточенных сил:  
 $F_1 = 100 \text{ кН}; F_2 = 20 \text{ кН}; F_3 = 60 \text{ кН}.$

Выбираем основную систему метода конечных элементов (рис. 1), разбивая ферму на пять прямолинейных конечных элемента [1], [2], [3], [4], [5]. Нумеруем узлы (1), (2), (3), (4). Общую систему координат  $(X^0, Y^0)$  располагаем таким образом, чтобы координаты всех узлов были положительными. Начало каждого конечного элемента связываем с меньшим номером узла, конец конечного элемента связываем с большим номером узла, относящихся к конкретному конечному элементу.

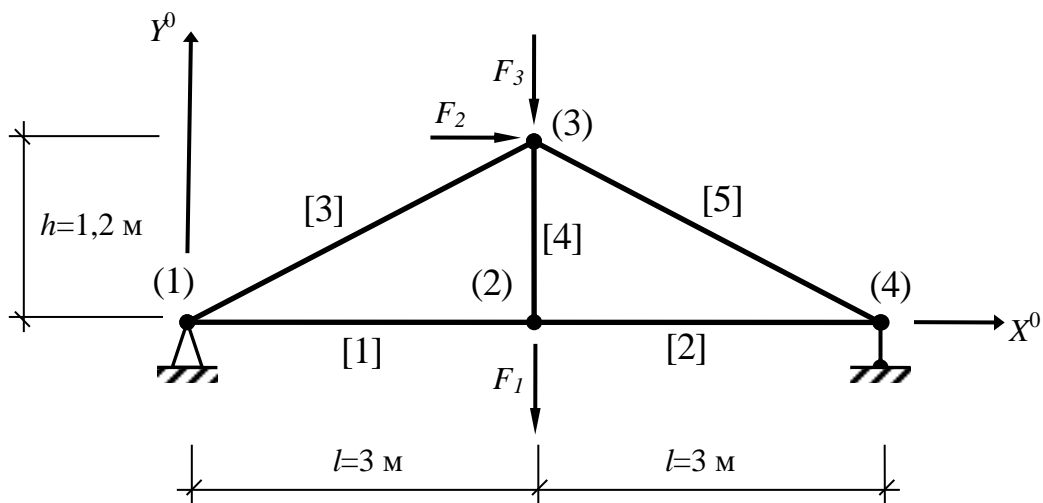
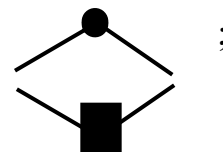


Рисунок 1 – Схема фермы

Пусть жёсткости элементов фермы при растяжении-сжатии и изгибе  
 $EA_1 / l_1 = EA_2 / l_2 = 3 \text{ кН/м}$ ;  $EA_3 / l_3 = EA_5 / l_5 = 2 \text{ кН/м}$ ;  $EA_4 / l_4 = 5 \text{ кН/м}$ .  
 $EI_1 = EI_2 = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ,  $EI_3 = EI_5 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ ;  $EI_4 = 0,125 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ .

Замечание. Шарнирный узел будем обозначать так:

жёсткую заделку -



## Результаты расчёта

1. Полагаем, что все узлы, включая опорные, шарнирные (случай 1.) (рис. 2).

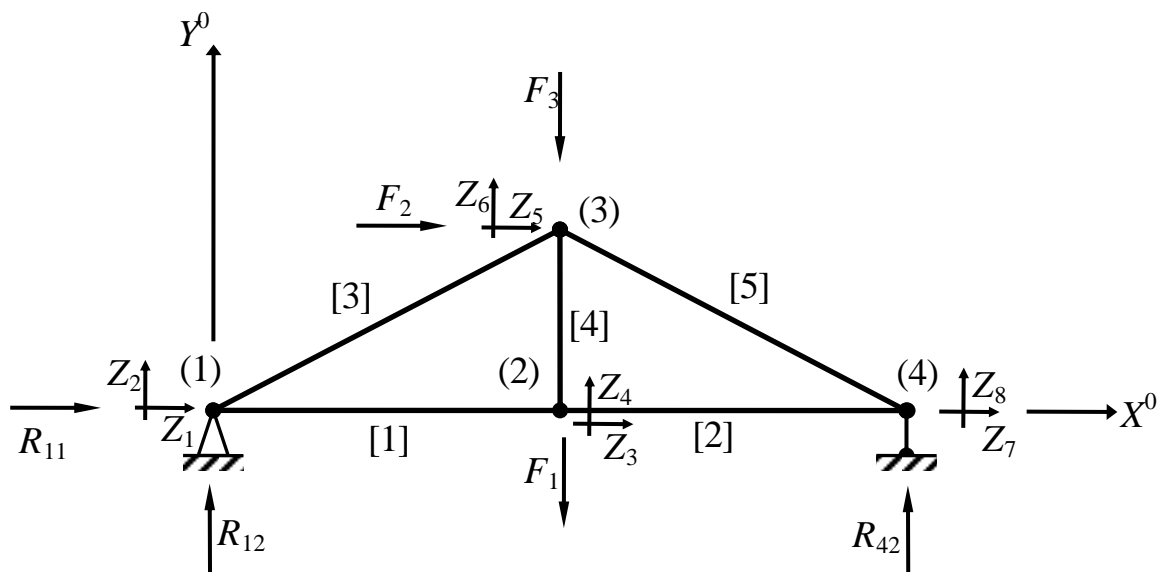


Рисунок 2 – Расчётная схема фермы с шарнирным соединением узлов и шарнирным опиранием (случай I)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 3.

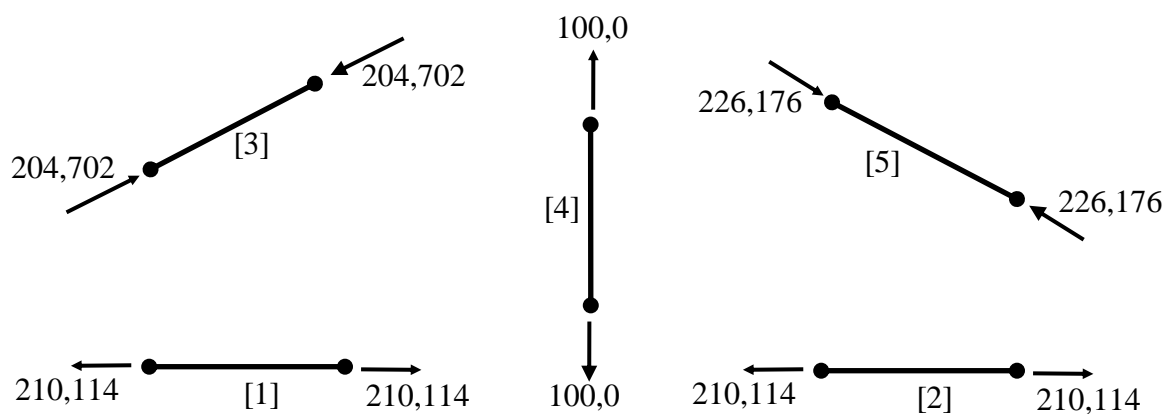


Рисунок 3 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = -19,924$  кН;  $R_{12} = 75,924$  кН;  
 $R_{42} = 83,735$  кН.

2. Полагаем, что все узлы, включая опорные, шарнирные (случай II) (рис. 4).

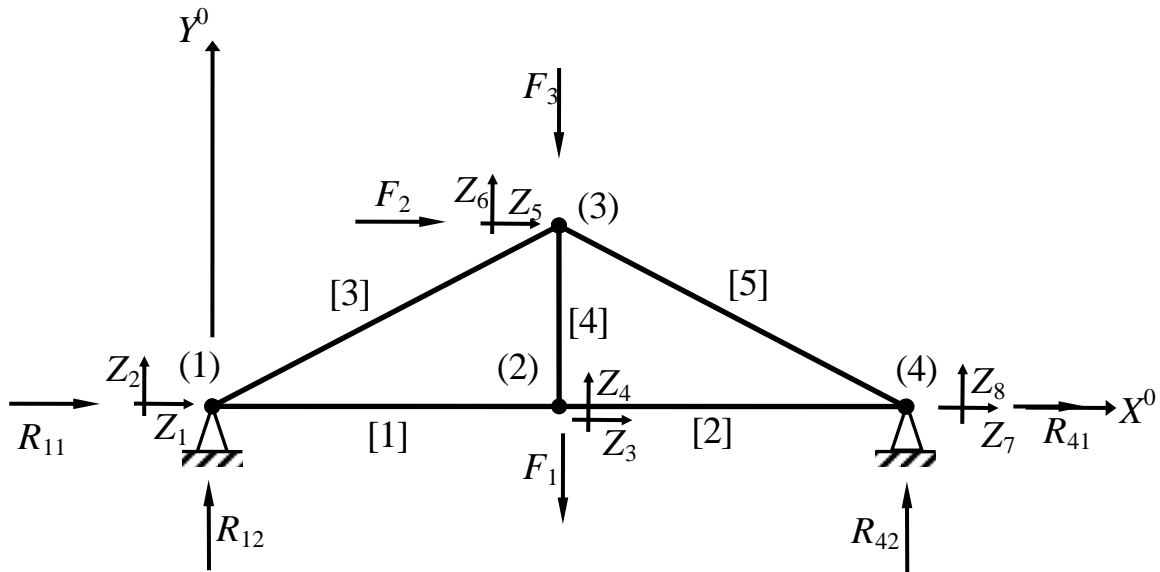


Рисунок 4 – Расчётная схема фермы с шарнирным соединением узлов и шарнирным опиранием (случай II)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 5.

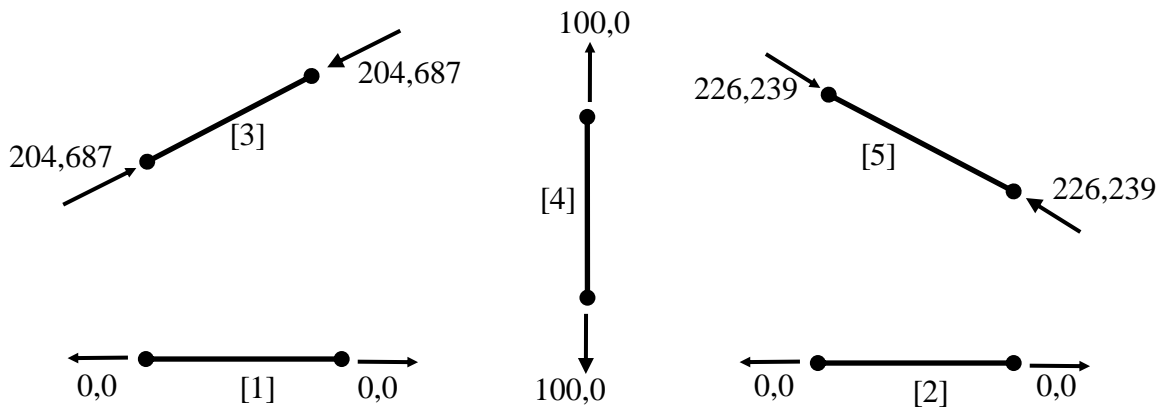


Рисунок 5 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = 190,075$  кН;  $R_{12} = 75,855$  кН;  
 $R_{41} = -210,070$  кН;  $R_{42} = 83,855$  кН.

3. Полагаем, что все узлы шарнирные, а одна опора жёсткая (случай I) (рис. 6).

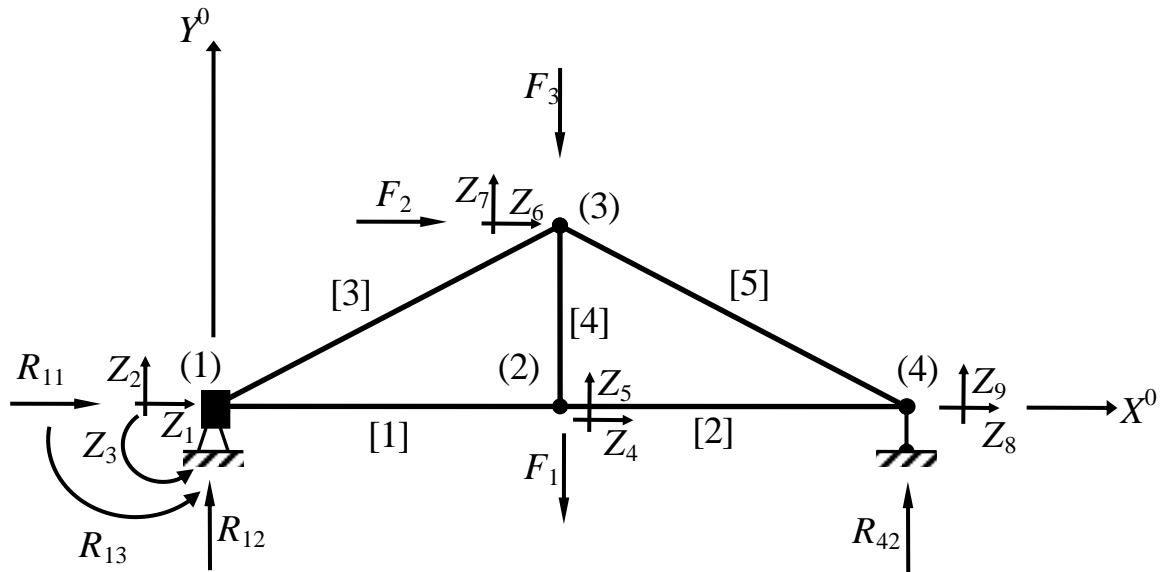


Рисунок 6 – Расчётная схема фермы с шарнирным соединением узлов и одной жёсткой опорой (случай I)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 7.

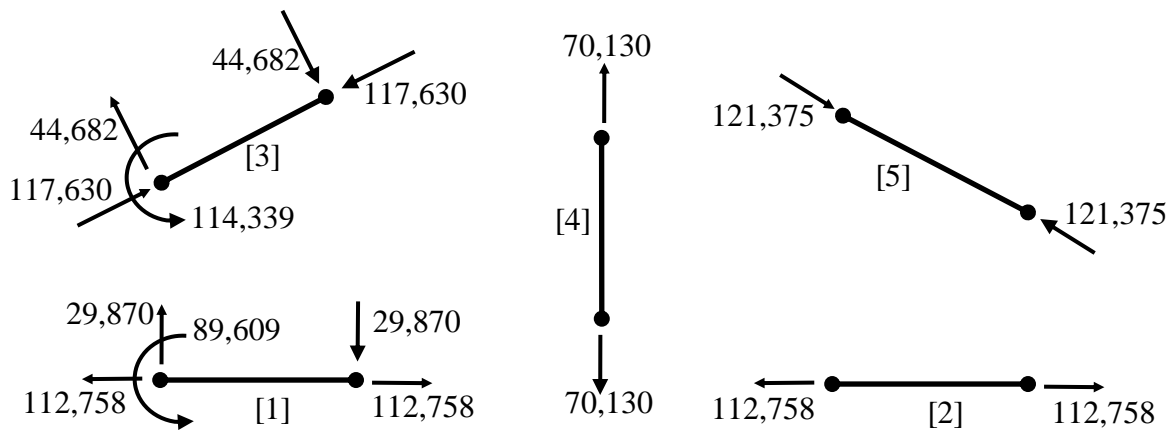


Рисунок 7 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = -20,255$  кН;  $R_{12} = 115,096$  кН;  
 $R_{13} = 234,038$  кН·м;  $R_{42} = 44,943$  кН.

4. Полагаем, что все узлы шарнирные, а одна опора жёсткая (случай II) (рис. 8).

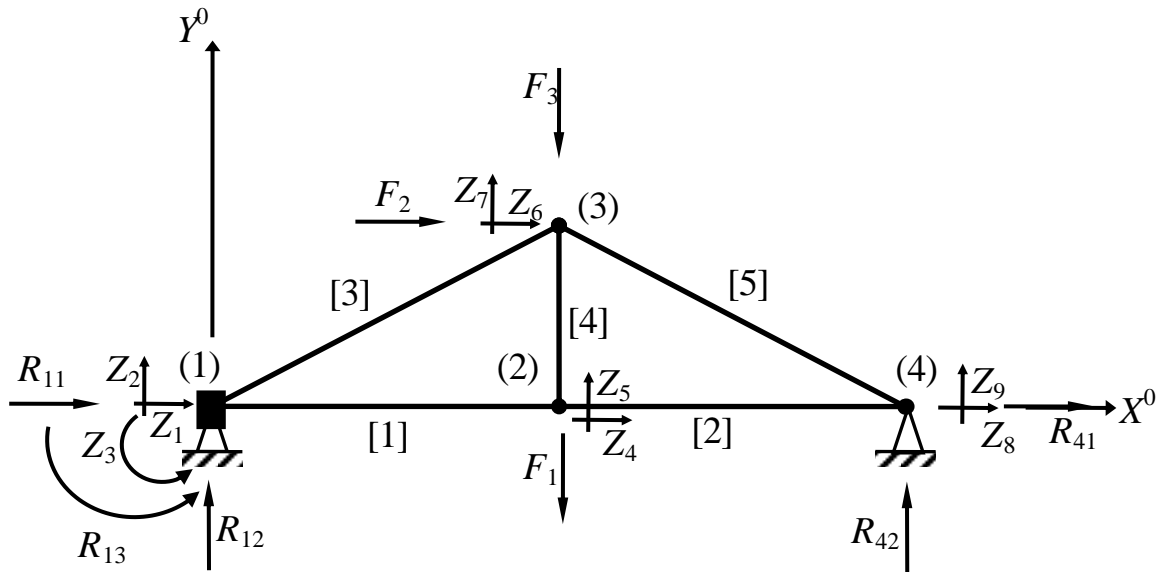


Рисунок 8 – Расчётная схема фермы с шарнирным соединением узлов и одной жёсткой опорой (случай II)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 9.

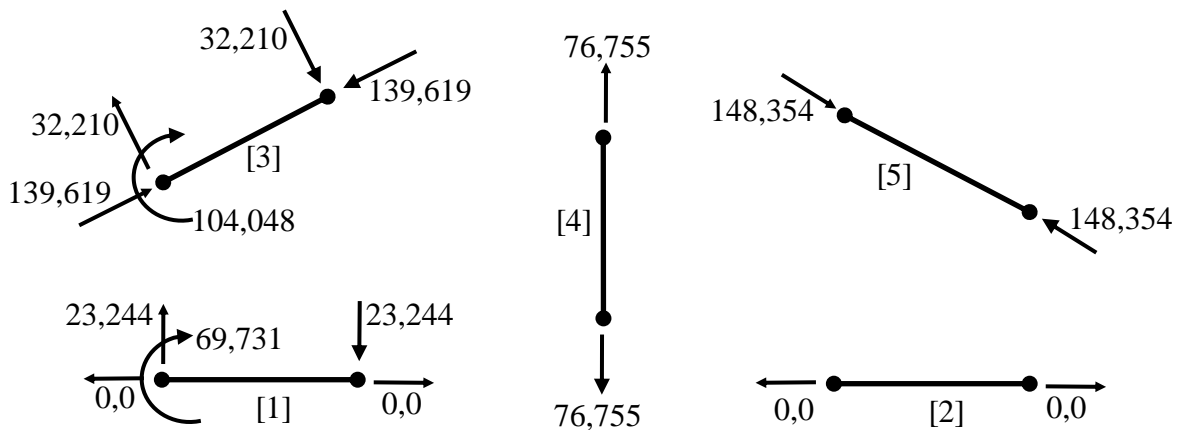


Рисунок 9 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = 117,60$  кН;  $R_{12} = 105,017$  кН;



$$R_{13} = -173,856 \text{ кН}\cdot\text{м}; R_{41} = -137,754 \text{ кН}; R_{42} = 54,986 \text{ кН}.$$

5. Полагаем, что все узлы фермы шарнирные, а опирание жёсткое (рис. 10).

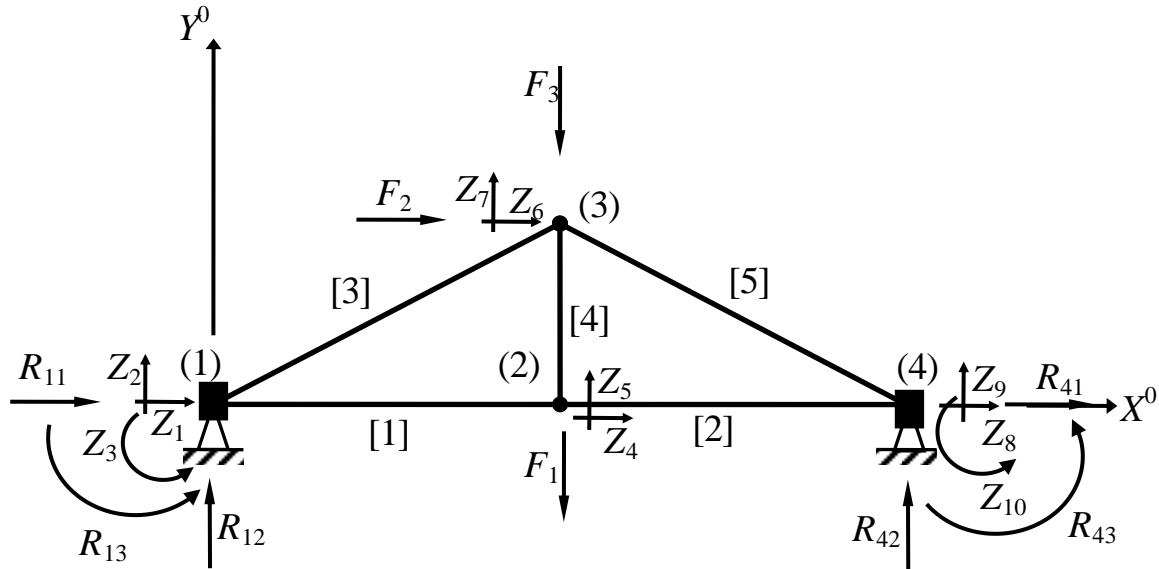


Рисунок 10 – Расчётная схема фермы с шарнирным соединением узлов и жёстким опиранием

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 11.

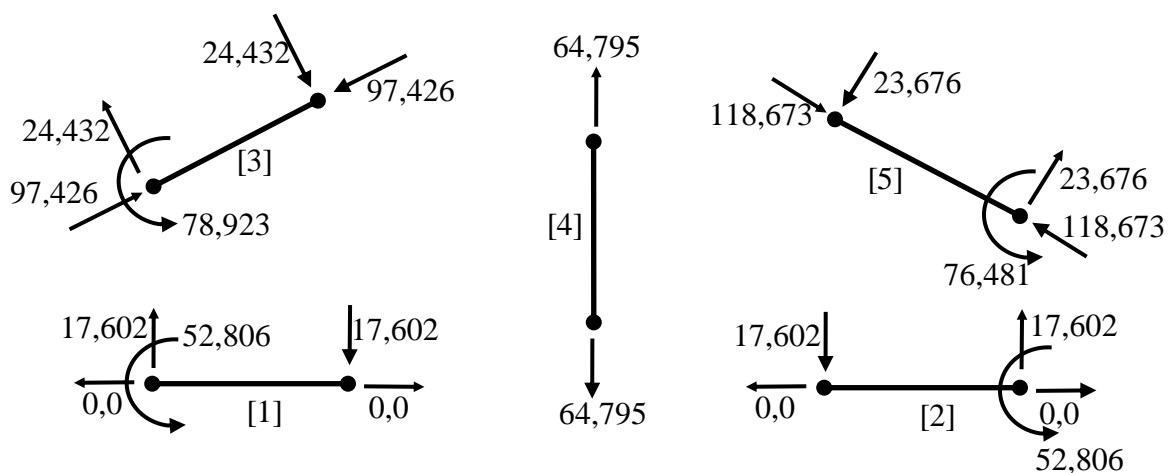


Рисунок 11 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = 81,303$  кН;  $R_{12} = 76,484$  кН;

$R_{13} = 131,786$  кН·м;  $R_{41} = -101,303$  кН;  $R_{42} = 76,484$  кН;  $R_{43} = 129,348$  кН·м.

6. Полагаем, что все узлы, включая опорные, жёсткие (рис. 12).

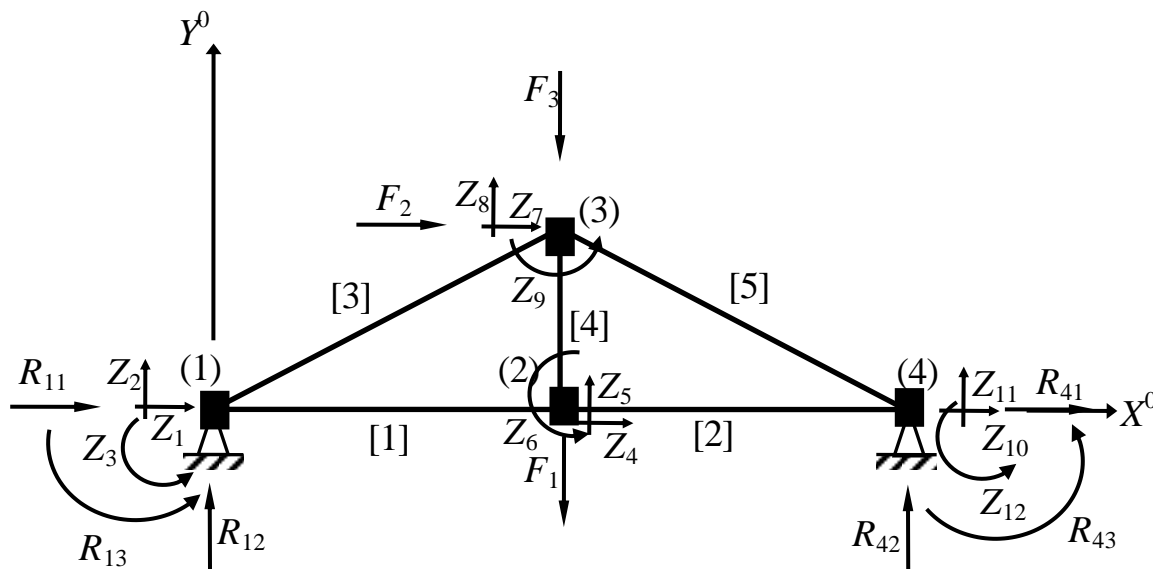


Рисунок 12 – Расчётная схема фермы с жёстким соединением узлов и жёстким опиранием

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 13.

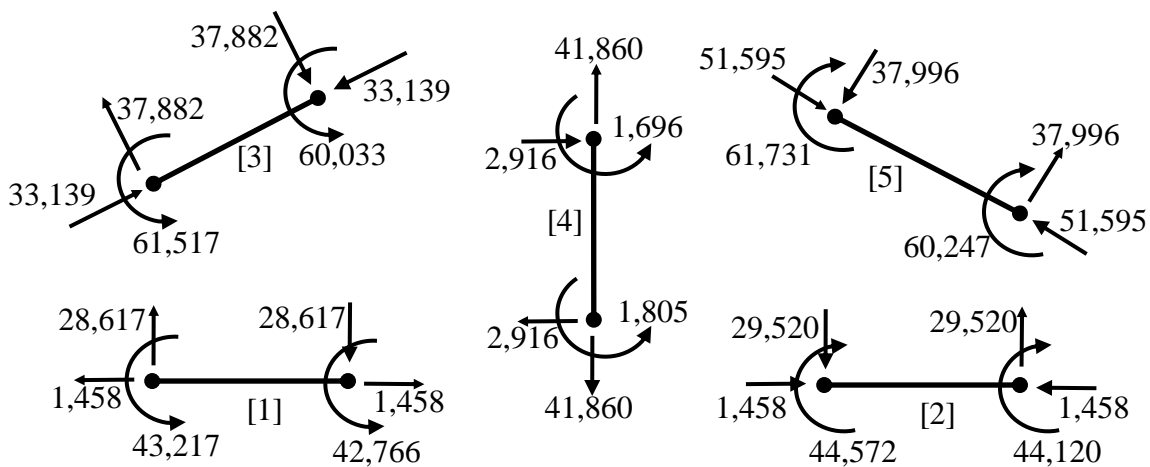


Рисунок 13 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = 15,237$  кН;  $R_{12} = 76,976$  кН;

$R_{13} = 105,625$  кН·м;  $R_{41} = -36,284$  кН;  $R_{42} = 80,468$  кН;  $R_{43} = -103,450$  кН·м.

7. Полагаем, что все узлы фермы жёсткие, а одно опирание шарнирное (случай I) (рис. 14).

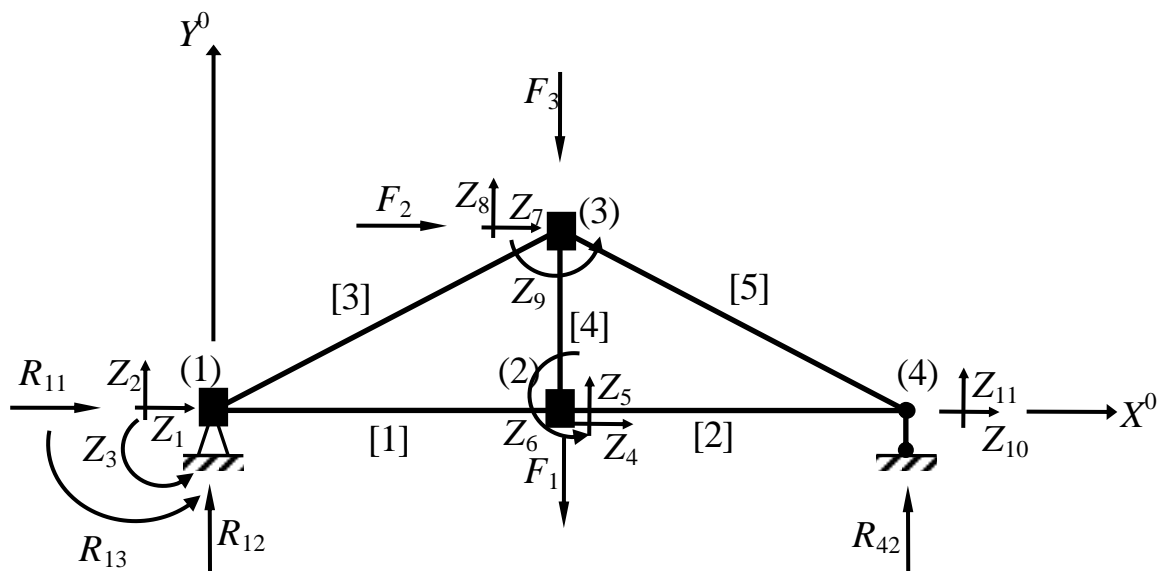


Рисунок 14 – Расчётная схема фермы с жёстким соединением узлов и шарнирным опиранием (случай I)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 15.

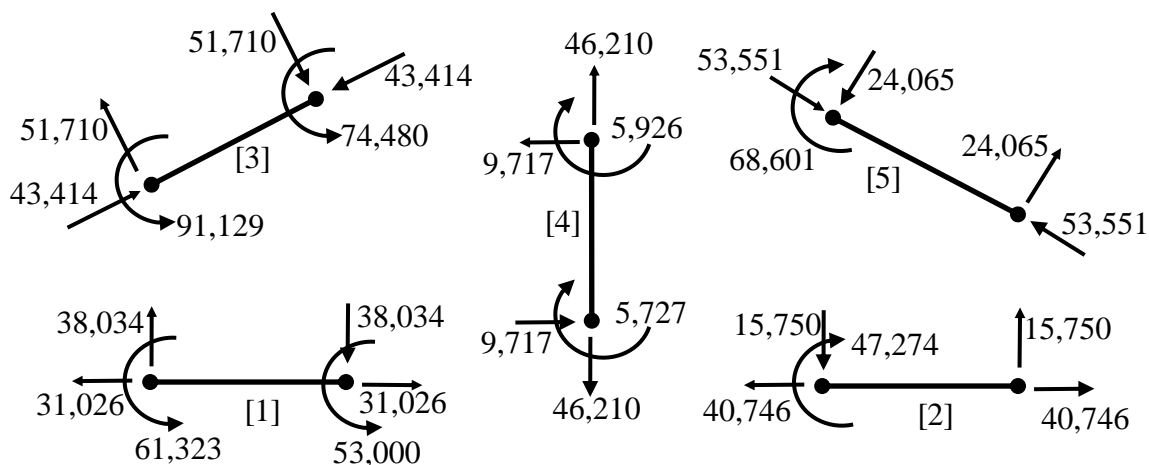


Рисунок 15 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = -10,028$  кН;  $R_{12} = 102,106$  кН;

$R_{13} = 152,423$  кН·м;  $R_{42} = 49,696$  кН;

8. Полагаем, что все узлы фермы жёсткие, а опирание шарнирное (случай II) (рис. 16).

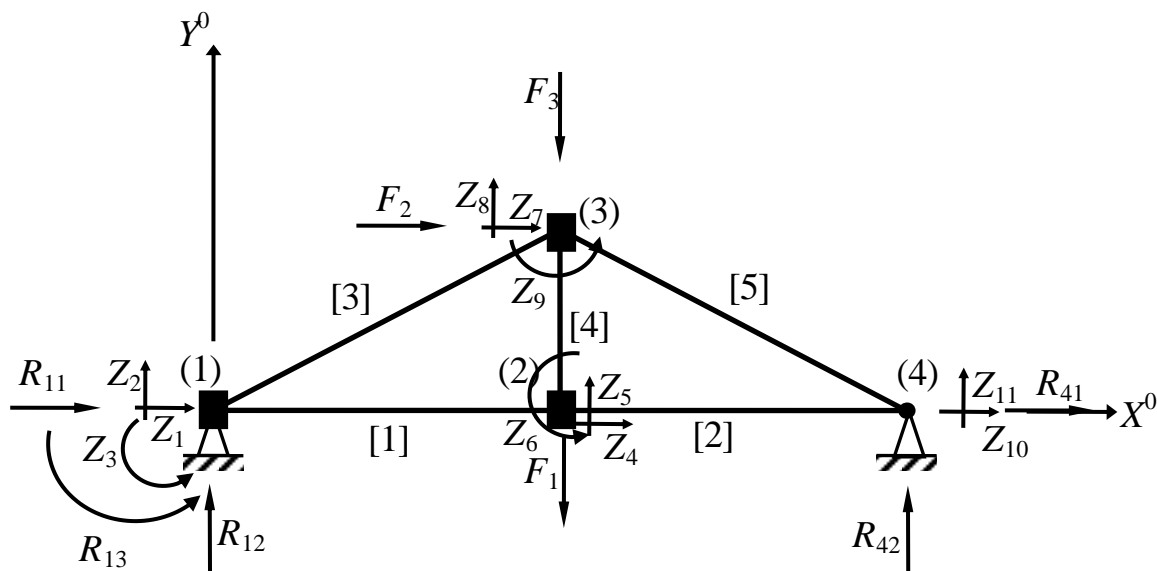


Рисунок 16 – Расчётная схема фермы с жёстким соединением узлов и шарнирным опиранием (случай II)

Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат показаны на рис. 17.

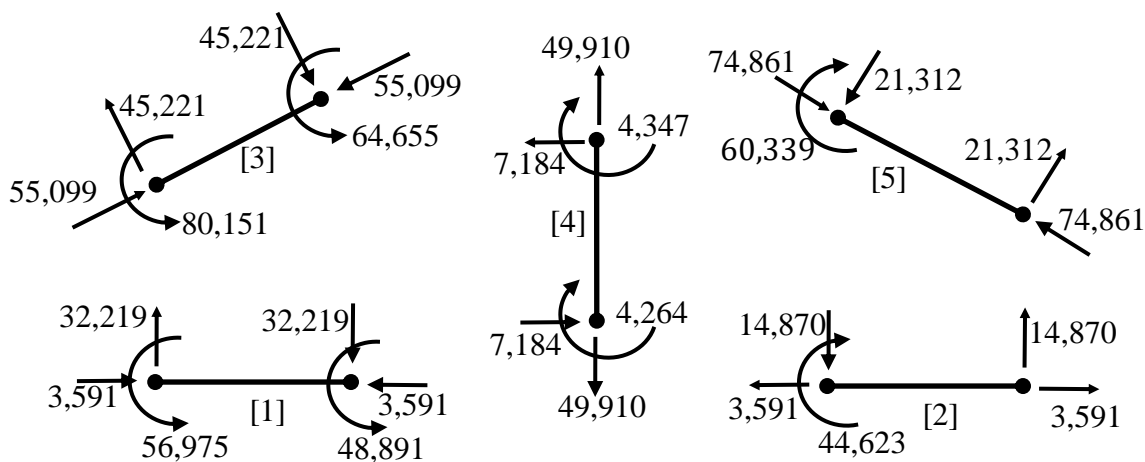


Рисунок 17 – Внутренние усилия в вершинах конечных элементов в местной системе координат

Опорные реакции равны:  $R_{11} = 37,938$  кН;  $R_{12} = 97,639$  кН;

$R_{13} = 137,099$  кН·м;  $R_{41} = 53,382$  кН;  $R_{42} = 47,461$  кН·м.

Анализ результатов расчётов показывает следующее:

1. Изменение расчётной схемы фермы, при неизменной нагрузке, существенно влияет на внутренние усилия в элементах фермы, которые для различных расчётных схем будут испытывать различные виды сопротивления: от простого осевого растяжения сжатия до плоского поперечного и продольно-поперечного изгиба.

2. В случае шарнирно-стержневой расчётной схемы шарнирно-неподвижные опоры приводят к обнулению продольных усилий в элементах нижнего пояса. К этому же результату приводит жёсткое защемление одной или обеих опор.

3. В шарнирно-стержневой системе с жёстким соединением узлов и жёсткими опорами продольные усилия в элементах нижнего пояса отличны от нуля, но незначительны.

4. В шарнирно-стержневой системе с жёстким соединением узлов и одной жёсткой опорой, продольные усилия в элементах нижнего пояса значительны при шарнирно-подвижной опоре, и незначительны при шарнирно-неподвижной опоре.

5. Во всех рассмотренных расчётных схемах поперечные силы в элементах рамы постоянны по длине элемента; изгибающие моменты изменяются по линейному закону.

6. Наибольшая вертикальная реакция на опоре  $R_{12} = 115,096$  кН, наибольшая горизонтальная реакция на опоре  $R_{42} = 83,855$  кН, наибольший момент на опоре  $R_{13} = 234,038$  кН·м.

## **Выводы**

1. Изменение расчётной схемы фермы в результате атмосферного воздействия и коррозионного поражения узлов сопряжения элементов фермы, при неизменной нагрузке, может существенно влиять на внутренние усилия в

элементах фермы, которые для различных расчётных схем будут испытывать различные виды сопротивления: от простого осевого растяжения сжатия до плоского поперечного и продольно-поперечного изгиба.

2. Опорные конструкции при этом будут испытывать различные по интенсивности силовые воздействия.

### **Заключение**

Для обеспечения безопасной работы стержневой системы длительное время в условиях воздействия агрессивной окружающей среды следует регулярно проводить мероприятия, исключающие изменение расчётной схемы стержневой системы в результате коррозионного поражения узлов сопряжения элементов стержневой системы друг с другом, а также опорных конструкций.

### **Библиографический список:**

1. СП 294.1325800.2017. Конструкции стальные. Правила проектирования (с изменениями № 1, 2, 3). М.: Стандартинформ, 2017.
2. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с изменениями № 1, 2). М.: Стандартинформ, 2019.
3. СП 28.13330.2017. Защита строительных конструкций от коррозии. Актуализированная редакция СНиП 2.03.11-85 (с Изменениями № 1, 2, 3), 2017.
4. Бакушев С.В. Численные методы решения задач механики деформируемого твёрдого тела. М.: ЛЕНАНД, 2021. 426 с.