

УДК 531.3.534.17

## **АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОТНОГО ЗДАНИЯ В СРЕДЕ «MATLAB»**

**Шеин Александр Иванович,**

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».*

**Зайцев Михаил Борисович,**

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».*

### **Аннотация**

**Введение.** Исследуются основные динамические характеристики высоотного сооружения – частоты и формы собственных колебаний. Анализируется чувствительность частот в зависимости от высоты здания и размеров сечений отдельных конструктивных элементов: колонн, ядра жесткости и плит перекрытий. Оценивается характер перемещений на этих частотах (формы колебаний) для рационального расположения гасителей колебаний. **Методы:** математическая модель каркасно-ствольного высоотного здания на основе МКЭ, реализующая решение системы однородных алгебраических уравнений свободных колебаний пластинчато-стержневой системы при помощи программного комплекса. **Результаты:** Разработано программное средство для анализа динамических характеристик высоотного здания, позволяющее оценивать чувствительность частот собственных колебаний в зависимости от геометрических параметров пластинчато-стержневой математической модели. Получены значения коэффициентов влияния (компоненты вектора градиента) частот собственных колебаний, на основании которых можно судить о том, жесткости каких элементов в большей степени влияют на величины частот.

**Ключевые слова:** высотное здание, собственная частота, формы колебаний, конечный элемент, вектор градиент, коэффициент влияния.

## **ANALYSIS OF SPECTRAL CHARACTERISTICS A HIGH-RISE BUILDING IN THE "MATLAB" ENVIRONMENT**

*Shein Alexander Ivanovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor, Head of the department "Mechanics".*

*Zaytsev Mihail Borisovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".*

### **Abstract**

**Introduction.** The main dynamic characteristics of a high-rise structure - the frequencies and shapes of natural vibrations – are investigated. The sensitivity of frequencies is analyzed depending on the height of the building and the size of the sections of individual structural elements: columns, cores of rigidity and floor slabs. The nature of the movements at these frequencies (waveforms) is estimated for the rational arrangement of vibration dampers. **Methods:** a mathematical model of a frame-trunk high-rise building based on FEM, which implements the solution of a system of homogeneous algebraic equations of free vibrations of a plate-rod system using a software package. **Results:** A software tool has been developed for analyzing the dynamic characteristics of a high-rise building, which allows evaluating the sensitivity of natural vibration frequencies depending on the geometric parameters of a plate-rod mathematical model. The values of the coefficients of influence (components of the gradient vector) of natural oscillation frequencies are obtained, on the basis of which it is possible to judge which stiffness elements have a greater influence on the frequency values.

**Keywords:** high-rise building, natural frequency, waveforms, finite element, gradient vector, coefficient of influence.

## **Введение**

Частоты и формы собственных колебаний сооружения, определяющие его отклик на внешние динамические воздействия, являются важнейшими характеристиками сооружения [1]. При проектировании высотных зданий и сооружений необходимо выполнение динамического анализа, связанного с определением этих спектральных характеристик конструктивной системы. Данный анализ необходим, например, при определении величины пульсационной составляющей ветровой нагрузки, действующей на здание, для которой частоты собственных колебаний здания является определяющим параметром [2]. При решении задачи гашения колебаний высотного здания для правильной (оптимальной) установки гасителей и назначении направлений их воздействий необходимо анализировать характер перемещений на этих частотах [3-5]. Соответственно этот подход позволяет внести корректировки в конструктивное решение несущей системы здания на этапе проектирования.

## **Предмет, задачи и методы**

Исследуемое здание - регулярная многоярусная этажерка, с размерами в плане 42x42 м. Рассматривались здания высотой  $h$ , равной 60 м, 90 м, 120 м и 150 м. Высота этажа – 3 м. (рис.1, а-б)

Конструктивная схема здания – каркасно-ствольная, с центральным железобетонным ядром (стволом) жесткости, сечением 6x6 м и толщиной стенки 250 мм. Стенки ядра армированы сетками из стержневой стали  $\text{Ø}12$  А400. Шаг стержней сетки – 200 мм.

Колонны каркаса сечением 700x700 мм армированы рабочей стержневой арматурой  $\text{Ø}32$  А400. Шаг стержней – 100 мм. Сетка колонн – 6x6 м.

Монолитные железобетонные плиты перекрытий (покрытия) толщиной 200 мм армированы сетками из стержневой стали  $\text{Ø}10$  А400. Шаг стержней сетки – 200 мм.

В вертикальных несущих железобетонных конструкциях (колонны и ядро жесткости) принят тяжелый бетон класса В45, в перекрытиях – тяжелый бетон класса В30.

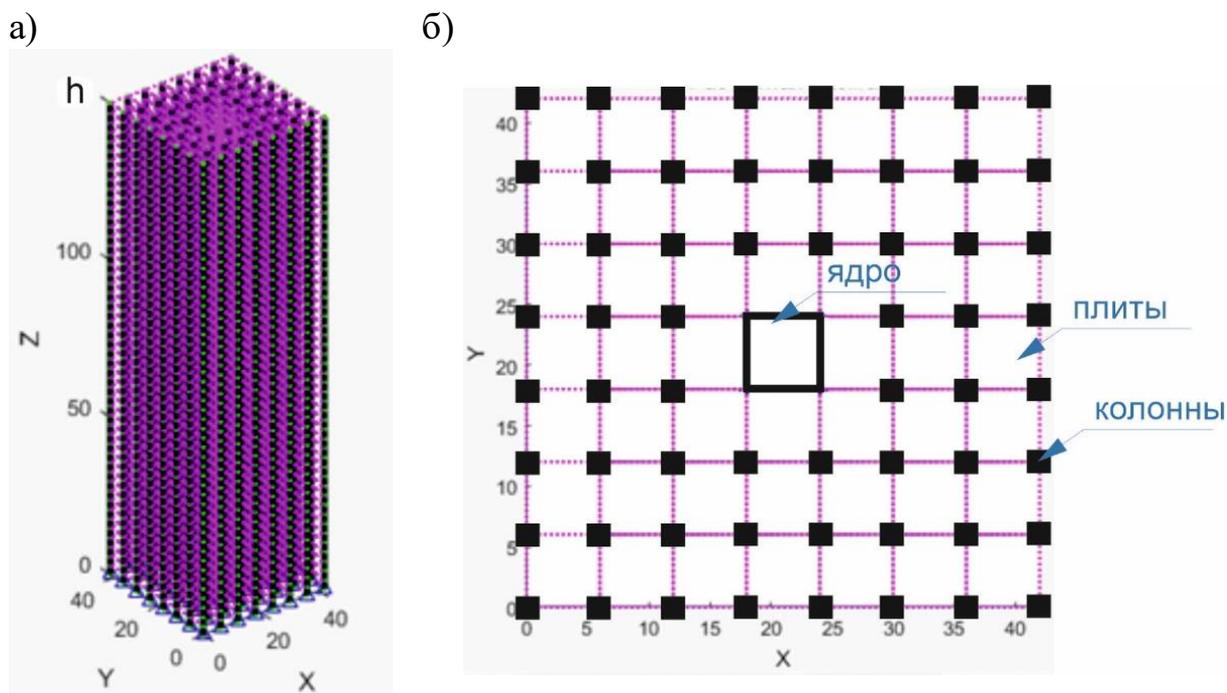


Рисунок 1 – Расчетная схема высотного здания

а) конечно-элементная модель, б) схема расстановки колонн и ядра

Исследования проводились при помощи разработанного авторами программного средства, реализующего решение системы однородных алгебраических уравнений свободных колебаний пластинчато-стержневой системы

$$\left| M^{-1}K - \lambda E \right| = 0, \quad (1)$$

путем отыскания собственных значений  $\lambda_i = \omega_i^2$  матрицы  $M^{-1}K$ , где  $\omega_i$  –  $i$ -я частота спектра частот собственных колебаний,  $M$  – диагональная матрица масс,  $K$  – матрица жесткости конечно-элементной модели пластинчато-стержневой системы (рис.1, а).

Для моделирования высотного здания при расчете использовались стержневой пространственный КЭ (колонны каркаса) в совокупности с прямоугольным КЭ тонкой пластины (плиты перекрытий и стенки ядра

жесткости) с шестью степенями свободы, три линейных и три угловых перемещения в узле.

При анализе влияния изгибной жесткости отдельного КЭ пластинчато-стержневой системы на величину частоты основного тона собственных колебаний использовалось понятие вектора градиента частоты собственных колебаний по жесткостям элементов:

$$\nabla\Omega = \left[ \frac{\partial\omega}{\partial i_k} = f_k \right]^T \quad (k = 1, 2, 3 \dots m), \quad (2)$$

где  $i_k = EI_k$  – изгибная жесткость  $k$  – го элемента,  $f_k$  – коэффициенты влияния (компоненты вектора градиента).

Определитель (1) в развернутом виде имеет вид:

$$\begin{vmatrix} m_1^{-1}r_{11} - \lambda_i & m_2^{-1}r_{12} & \dots & m_n^{-1}r_{1n} \\ m_1^{-1}r_{21} & m_2^{-1}r_{22} - \lambda_i & \dots & m_n^{-1}r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_1^{-1}r_{n1} & m_2^{-1}r_{n2} & \dots & m_n^{-1}r_{nn} - \lambda_i \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\lambda^n + B_1\lambda^{n-1} + B_2\lambda^{n-2} + \dots + B_{n-1}\lambda + B_n = 0, \quad (3)$$

Представив выражение (3) неявной функцией вида

$$\begin{aligned} F(\omega, i_1, i_2, \dots, i_m) &= (\omega^2)^n + B_1(i_1, i_2, \dots, i_m)(\omega^2)^{n-1} + \\ &+ B_2(i_1, i_2, \dots, i_m)(\omega^2)^{n-2} + \dots + B_n(i_1, i_2, \dots, i_m) = 0 \end{aligned}, \quad (4)$$

можно получить компоненты вектора градиента

$$f_k = \frac{\partial\omega}{\partial i_k} = - \frac{\partial F(\omega, i_1, i_k, \dots, i_m) / \partial i_k}{\partial F(\omega, i_1, i_k, \dots, i_m) / \partial \omega}. \quad (5)$$

Сравнивая значения  $f_k$  при заданном соотношении жесткостей и найденных по (1) частотах, можно судить о том, жесткости каких элементов в большей степени влияют на величину частот собственных колебаний. Варьирование жесткостью элементов с малыми величинами  $f_k$ , будет мало

влиять на изменение значений частот, и соответственно, наоборот.

В работе исследовалось, как влияет высота здания на спектральные свойства системы, а также оценивалось влияние изгибных жесткостей отдельных КЭ на эти свойства.

## Результаты исследований и обсуждение

### 1. Анализ форм колебаний в зависимости от высоты здания.

На рис.2-5. представлены первые 6 форм колебаний здания высотой 60, 90, 120 и 150 м соответственно.

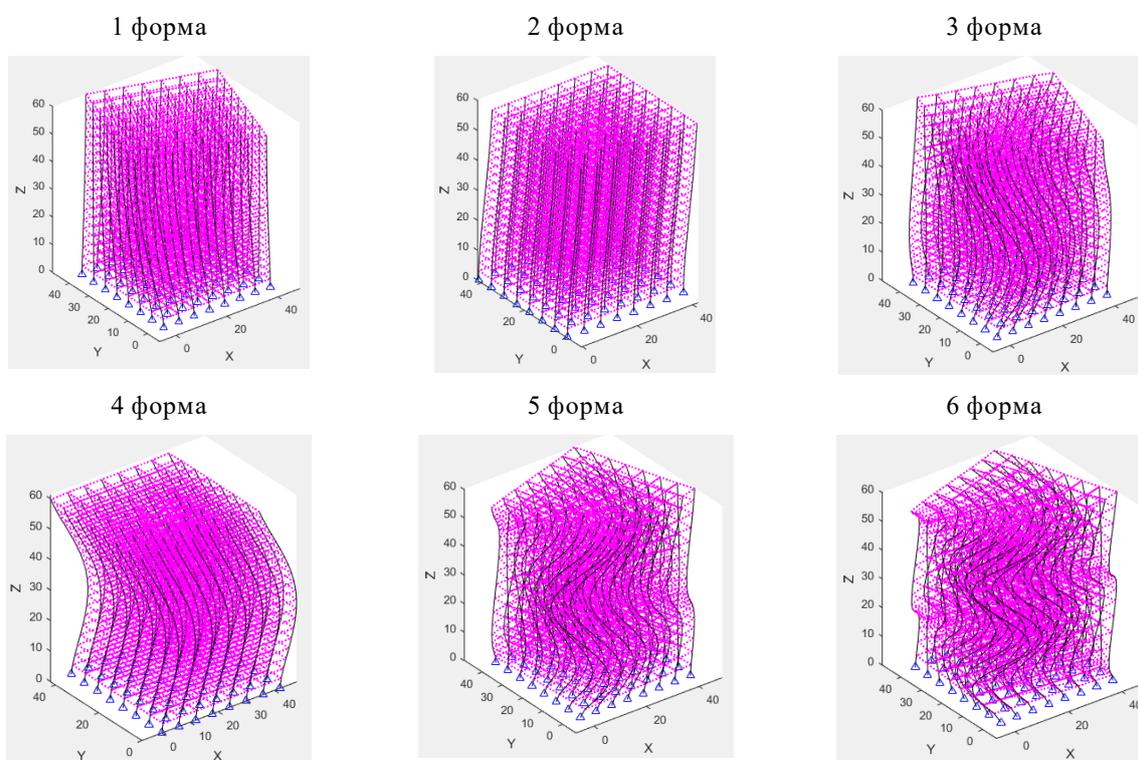
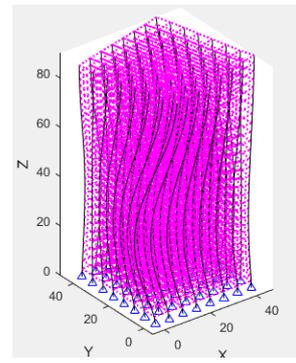
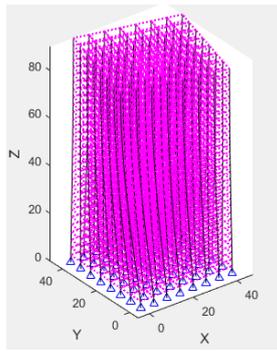
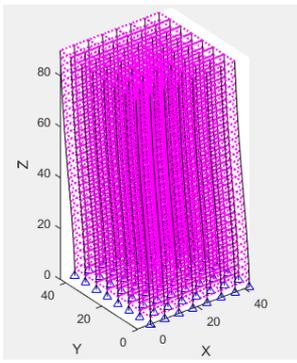


Рисунок 2 – Формы колебаний здания высотой 60 м

1 форма

2 форма

3 форма



4 форма

5 форма

6 форма

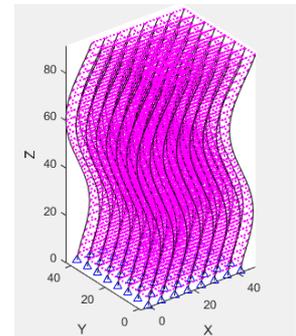
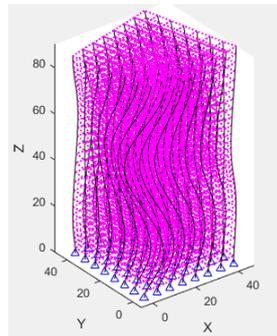
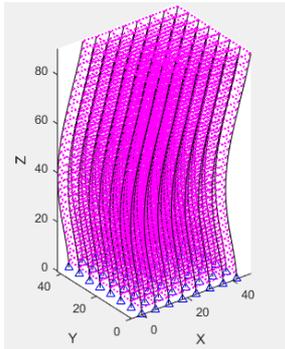
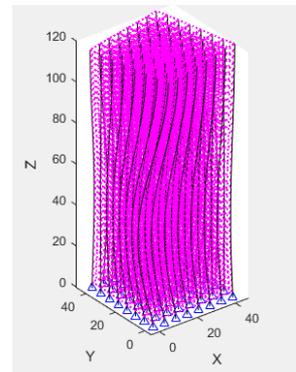
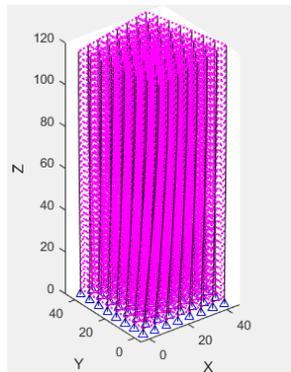
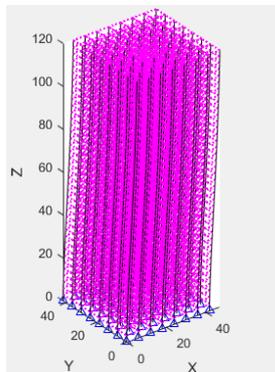


Рисунок 3 – Формы колебаний здания высотой 90 м

1 форма

2 форма

3 форма



4 форма

5 форма

6 форма

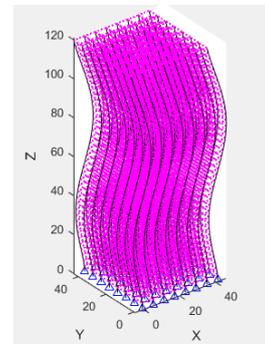
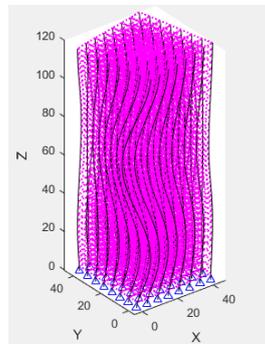
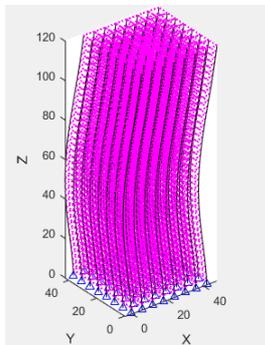


Рисунок 4 – Формы колебаний здания высотой 120 м

1 форма

2 форма

3 форма

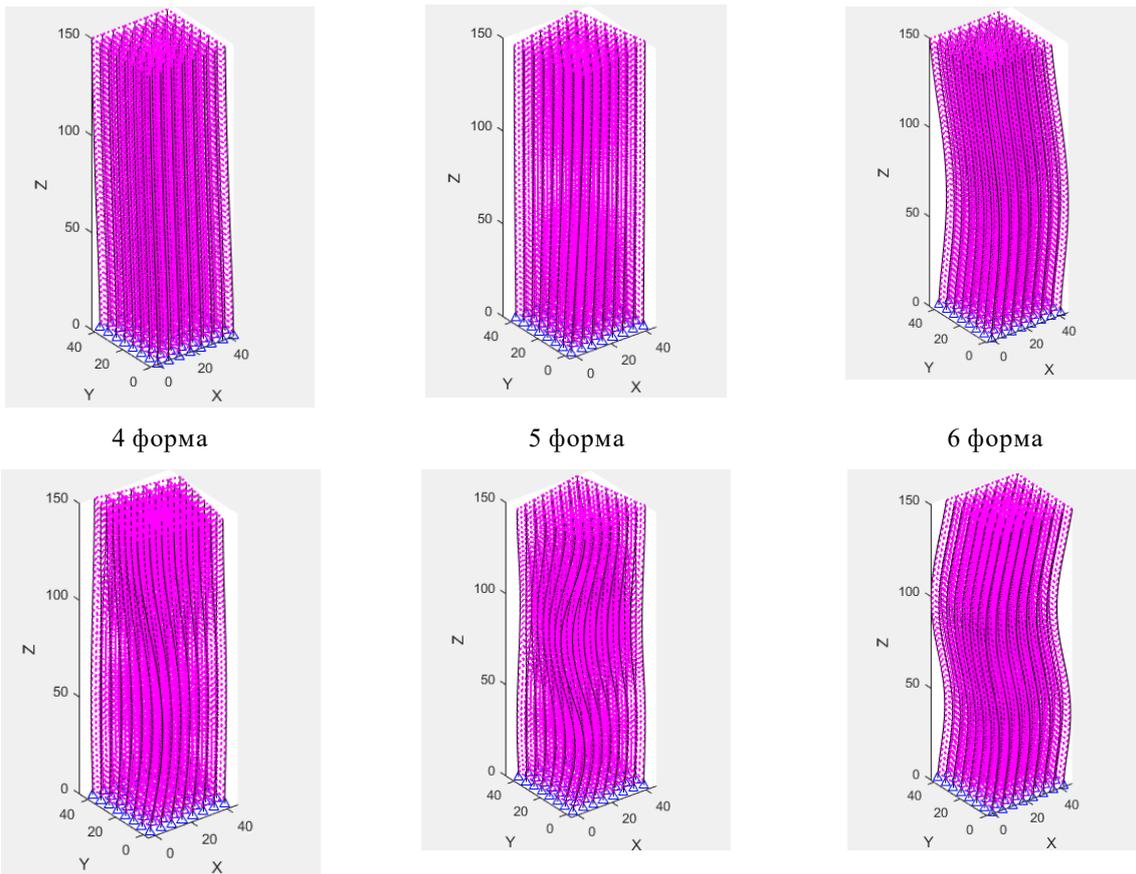


Рисунок 5 – Формы колебаний здания высотой 150 м

Согласно полученным результатам, гасители колебаний целесообразно устанавливать в двух уровнях: 1 уровень – покрытие высотного здания (1 форма колебаний), 2 уровень – средняя треть высоты (4 форма колебаний).

## 2. Анализ частот собственных колебаний.

Зависимости частот от высоты здания представлены на рис. 6.

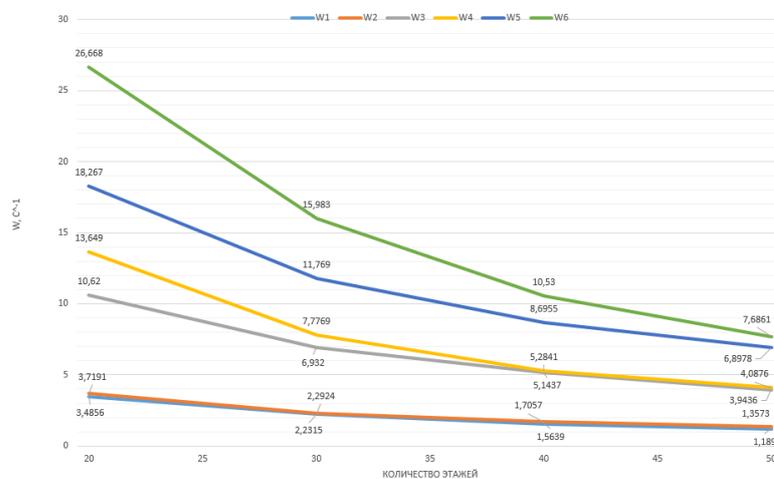


Рисунок 6 – Графики зависимости частот от высоты здания

На рис. 7-9. представлены графики зависимости частот от размеров сечений колонн, плит перекрытий и стенок ядра жесткости при различных высотах здания.

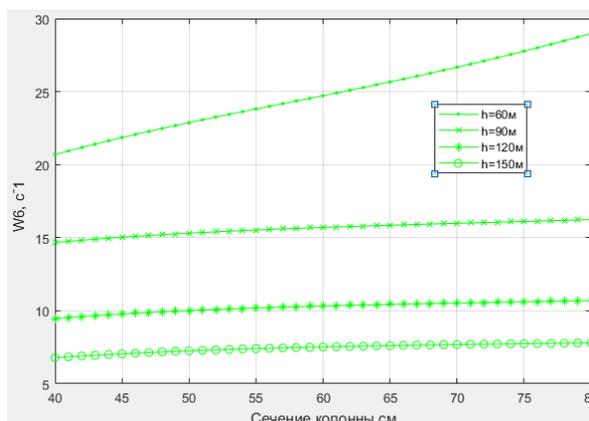
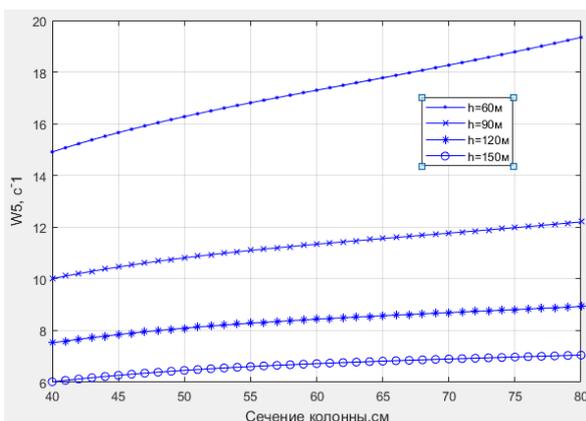
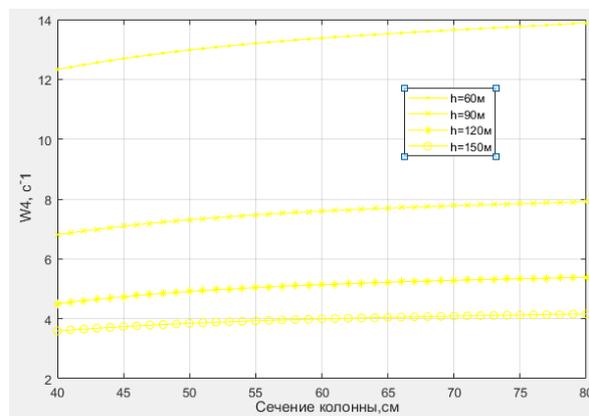
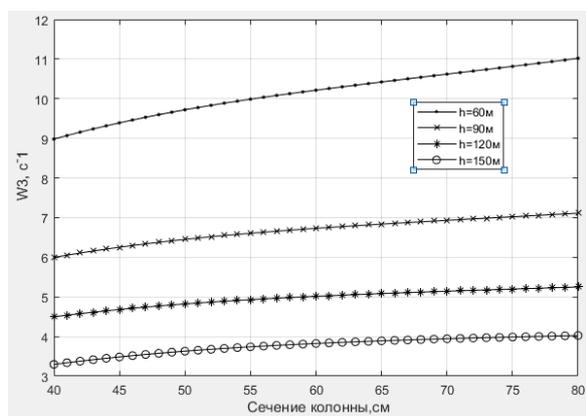
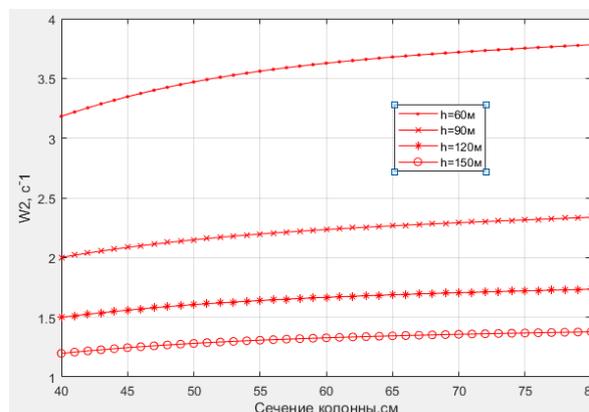
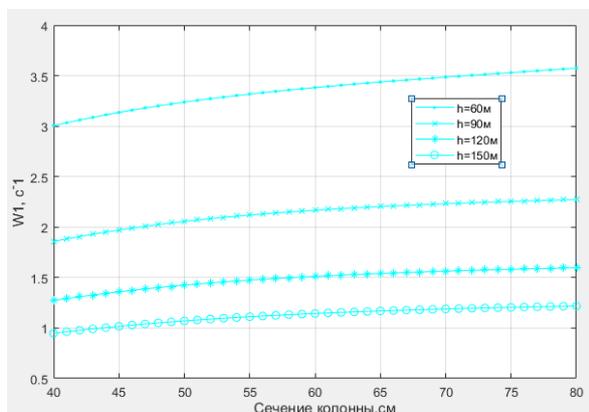


Рисунок 7 – График зависимости частот от размеров сечений колонн

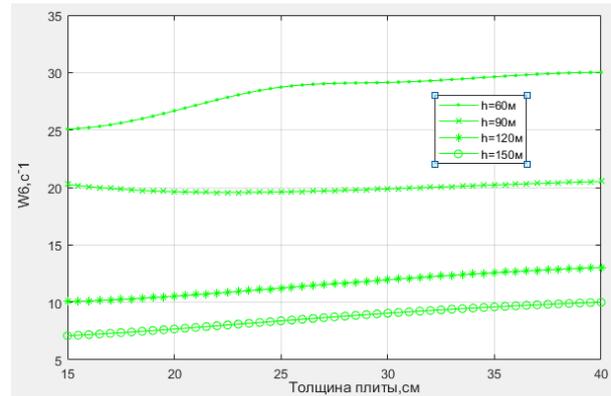
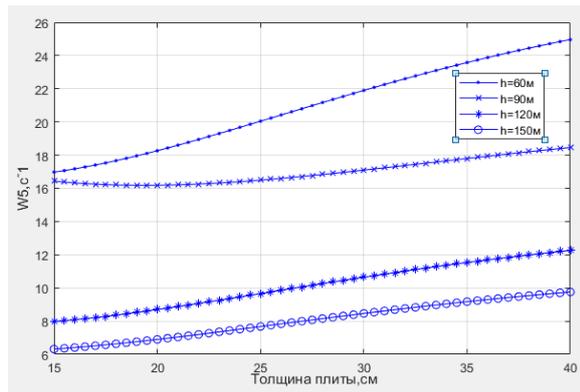
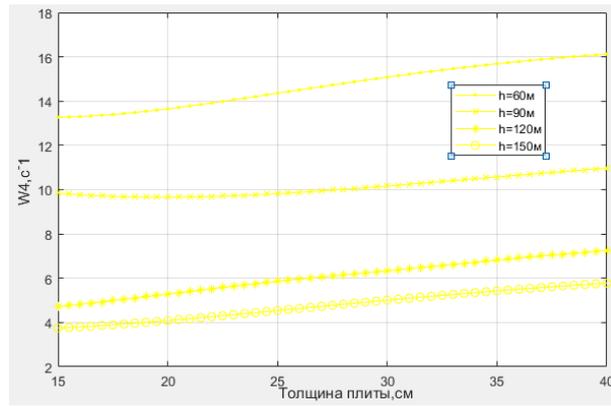
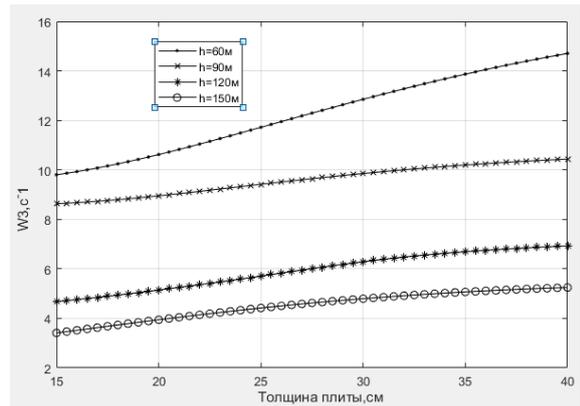
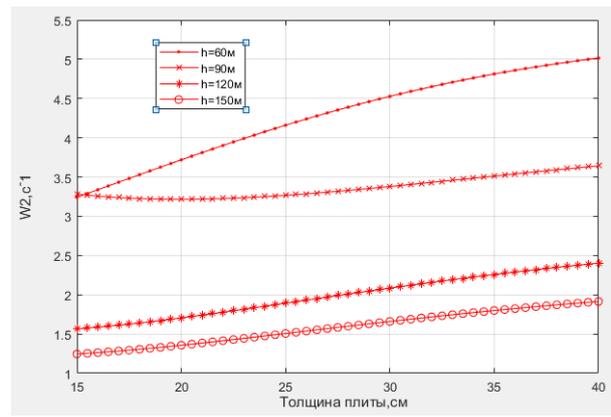
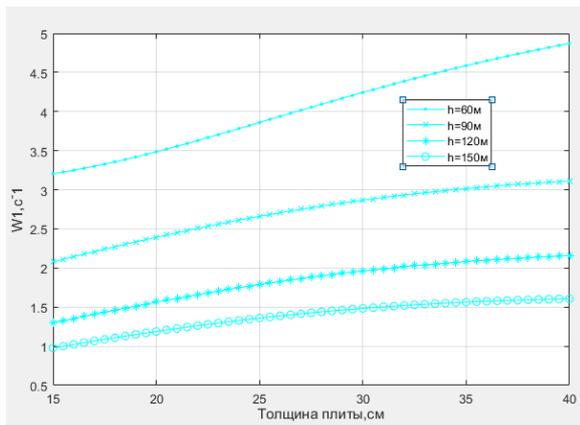


Рисунок 8 – График зависимости частот от толщины плит перекрытий

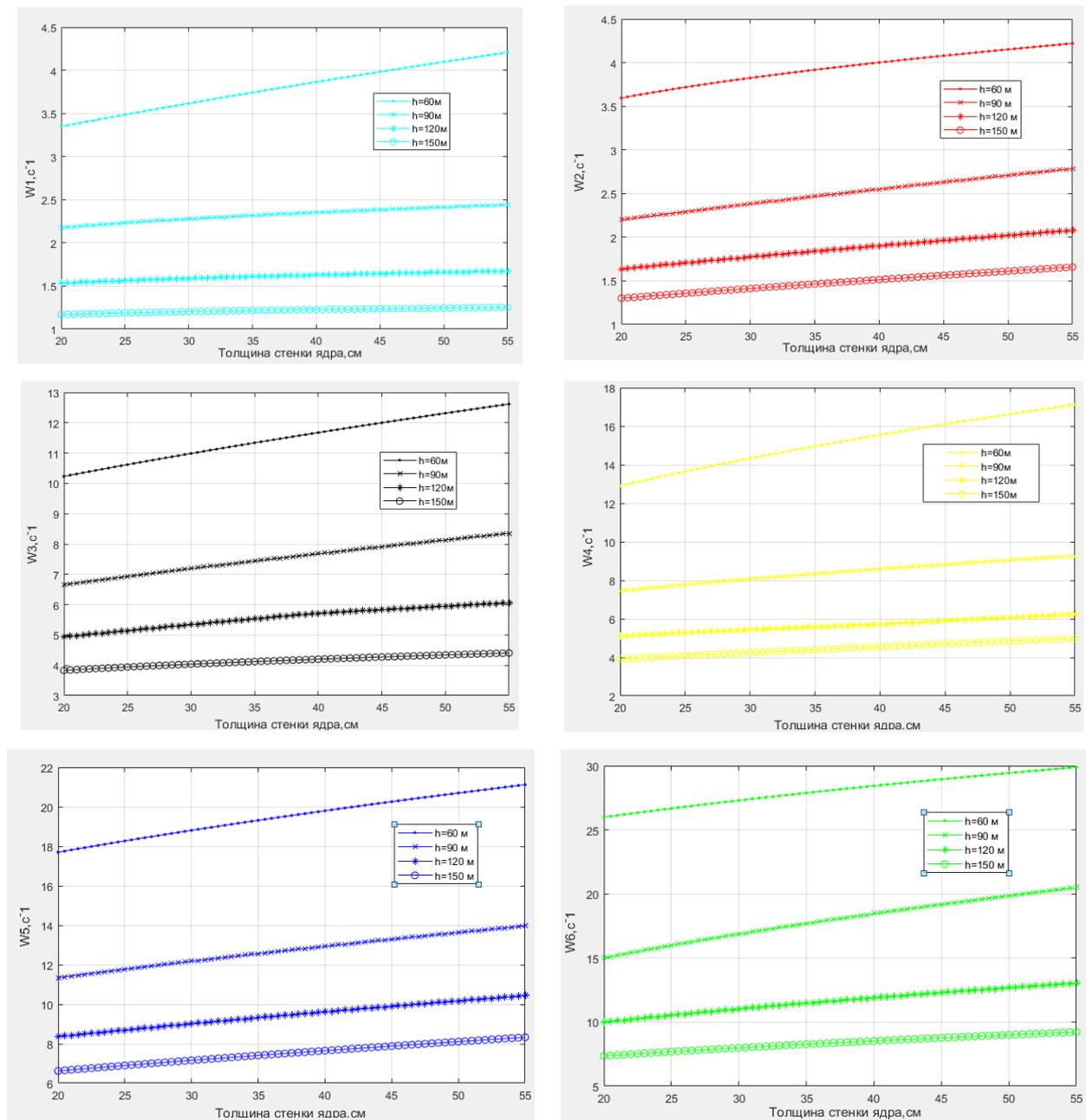


Рисунок 9 – График зависимости частот от толщины стенки ядра

Построим табличную функцию частот колебаний в зависимости от размеров сечений колонн, стенок ядра жесткости при помощи разработанного программного средства и, сконструировав интерполяционные сплайны, получим аналитически функцию (4) в явном виде. Определив производные при помощи оператора *fnder* среды «MATLAB», найдем численные значения производных в заданной точке по (5), т.е. значения компонент вектора градиента. Эти значения для частоты основного тона представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Значения коэффициентов влияния 1-ой частоты

|                  | Высота здания                       |        |        |        |
|------------------|-------------------------------------|--------|--------|--------|
|                  | 60 м                                | 90 м   | 120 м  | 150 м  |
|                  | Компоненты вектора градиента, $f_i$ |        |        |        |
| Колонны          | 0.0093                              | 0.005  | 0.0041 | 0.0035 |
| Плиты перекрытий | 0.0069                              | 0.0066 | 0.004  | 0.0036 |
| Ядро жесткости   | 0.0268                              | 0.0101 | 0.0055 | 0.0037 |

### Выводы

Проведено численное исследование частот и формы собственных колебаний высотного сооружения при помощи разработанного в среде «MATLAB» программного средства. Получены значения коэффициентов влияния (компоненты вектора градиента) частот собственных колебаний, которые показывают, что наибольшее влияние на частоту основного тона данного здания оказывает сечение стенок ядра жесткости. Указаны места наиболее эффективной установки гасителей колебаний.

### Библиографический список:

1. Зернов В.В. Определение вектора градиента частот собственных колебаний плоских стержневых систем / В.В. Зернов, М.Б. Зайцев, В.А. Валякин // Региональная архитектура и строительство. 2015. № 4(25). С. 88-92.
2. Цыкина А.С. Исследование зависимости частот собственных колебаний здания от высоты здания в среде Autodesk Robot Structural 2019 / А.С. Цыкина, В.П. Ярцев // Вестник науки и образования. 2023. № 12-2(143). С. 72-78.
3. Шейн А.И. Гашение сейсмических колебаний сооружений башенного типа с помощью реактивного гасителя / А.И. Шейн, М.Б. Зайцев // Эксперт: теория и практика. 2023. № 4(23). С. 171-176. DOI 10.51608/26867818\_2023\_4\_171.

4. Шейн А.И. Активные гасители колебаний зданий и сооружений, работающие на принципе реактивной струи / А.И. Шейн, М.Б. Зайцев, А.В. Чуманов, О. Г. Земцова // Региональная архитектура и строительство. 2023. № 2(55). С. 63-68. DOI 10.54734/20722958\_2023\_2\_63.

5. Шейн А.И. Математическое моделирование работы реактивного гасителя колебаний башни градирни [Электронный ресурс]/ А.И. Шейн, М.Б. Зайцев // Моделирование и механика конструкций. 2023. №17. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no17-mai-2023/matematicheskoe-modelirovanie-chislennye-metody-i-kompleksy-programm/17.01/view>.