

УДК 624.074.2.011

## **ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЧАТОГО ДЕРЕВЯННОГО КУПОЛА**

***Миряев Борис Васильевич,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции».*

***Сорокина Екатерина Александровна,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*студент.*

### **Аннотация**

Выполнены расчеты деревянного купола на различные виды нагрузок. Произведен анализ напряженно-деформированного состояния купола. Определяем параметр  $K_{ж}$ , равный отношению жесткостей несущих балок и опорного кольца. Выявлена зависимость максимального изгибающего момента от параметра  $K_{ж}$ . Определена целевая функция для оптимизации купола. Найдены варьируемые параметры оптимального деревянного купола.

**Ключевые слова:** сетчатый деревянный купол, анализ напряженно-деформированного состояния, оптимизация.

## **MESH WOODEN DOME FRAME OPTIMIZATION**

***Miryayev Boris Vasilyevich,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department «Building constructions».*

***Sorokina Ekaterina Aleksandrovna,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*student.*

## Abstract

Calculations of a wooden dome for various types of loads. Analysis of the stress-strain state of the dome. The parameter  $K_{ж}$  is defined equal to the ratio of the stiffness of the beams and the support ring. The dependence of the maximum bending moment on the parameter  $K_{ж}$ . The objective function for dome optimization is defined. Found variable parameters of the optimal wooden dome.

**Keywords:** meshwoodendome, analysis of the stress-strain state, optimization.

На кафедре строительных конструкций Пензенского ГУАС разработан эскизный проект многофункционального спортивного комплекса с купольным покрытием диаметром 100м (рис.1).



Рисунок 1 – Проект многофункционального спортивного комплекса с купольным покрытием диаметром 100м

Геометрическая схема купола образована на основе правильной сети Чебышева (рис.2). Выбор такой геометрической схемы продиктован прежде всего наименьшим расходом древесины для сетчатого купола по сравнению с меридионально-кольцевым куполом [1]. В проекте принята схема с тремя плоскостями симметрии, имеющая 150 треугольных граней. Эти параметры назначены в соответствии с рекомендациями по проектированию оптимальных деревянных куполов, изложенными в работе [2]. Каркас купола состоит из деревянных ребер, которые соединяются между собой с помощью стальных узловых деталей в виде отрезков стальных труб, что позволяет применить для всего купола один типоразмер узловой детали. Проведенное ранее

экспериментально-теоретическое исследование показало высокую надежность такого конструктивного решения [3]. Нижнее опорное кольцо запроектировано из двух прокатных уголков, а колонны – из бесшовных труб.

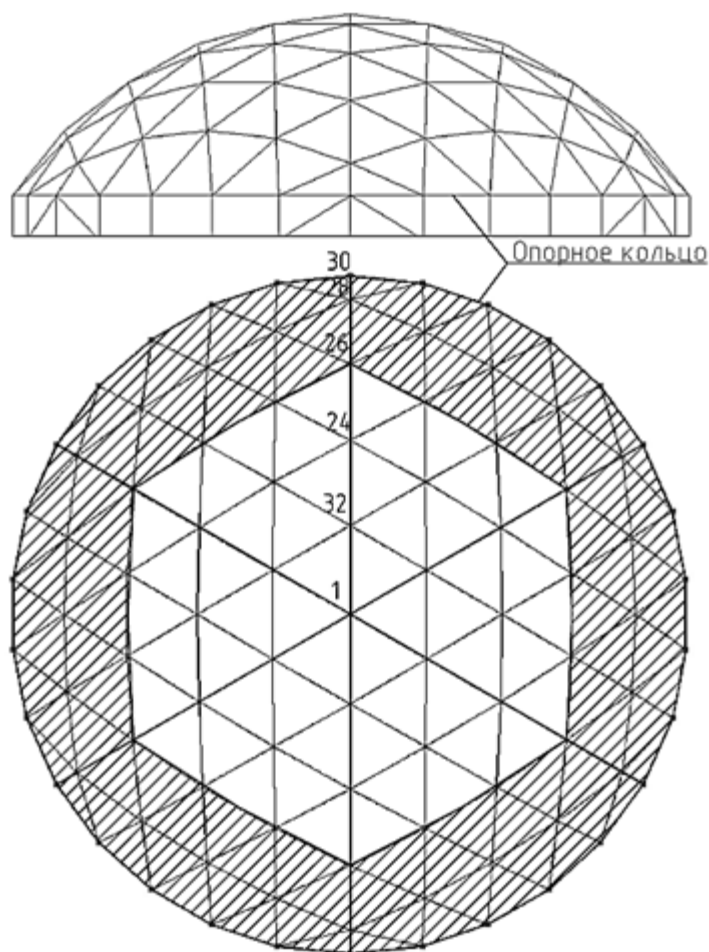


Рисунок 2 – Расчетная схема купола (цифрами обозначены отдельные узлы, штриховкой показана приопорная зона)

Расчеты каркаса выполнялись на различные сочетания нагрузок. В результате расчетов установлено, что наиболее опасным является сочетание постоянной и неравномерной снеговой нагрузки, а наиболее напряженными – ребра 26-28 и 28-30 (рис.3). В зависимости от направления действий ветра пятно максимальной снеговой нагрузки будет перемещаться по кругу относительно центральной вертикальной оси купола. Исходя из этого в каркасе купола можно выделить две зоны: центральную и приопорную. В центральной части каркаса несущие ребра, расположенные в радиальном и тангенциальном направлениях подвержены воздействию относительно небольших изгибающих

моментов и продольных сжимающих сил. В приопорной зоне изгибающие моменты и продольные силы, действующие на меридиональные ребра, существенно возрастают. Продольные силы, действующие на тангенциальные ребра в этой зоне, уменьшаются и приближаются к нулю.

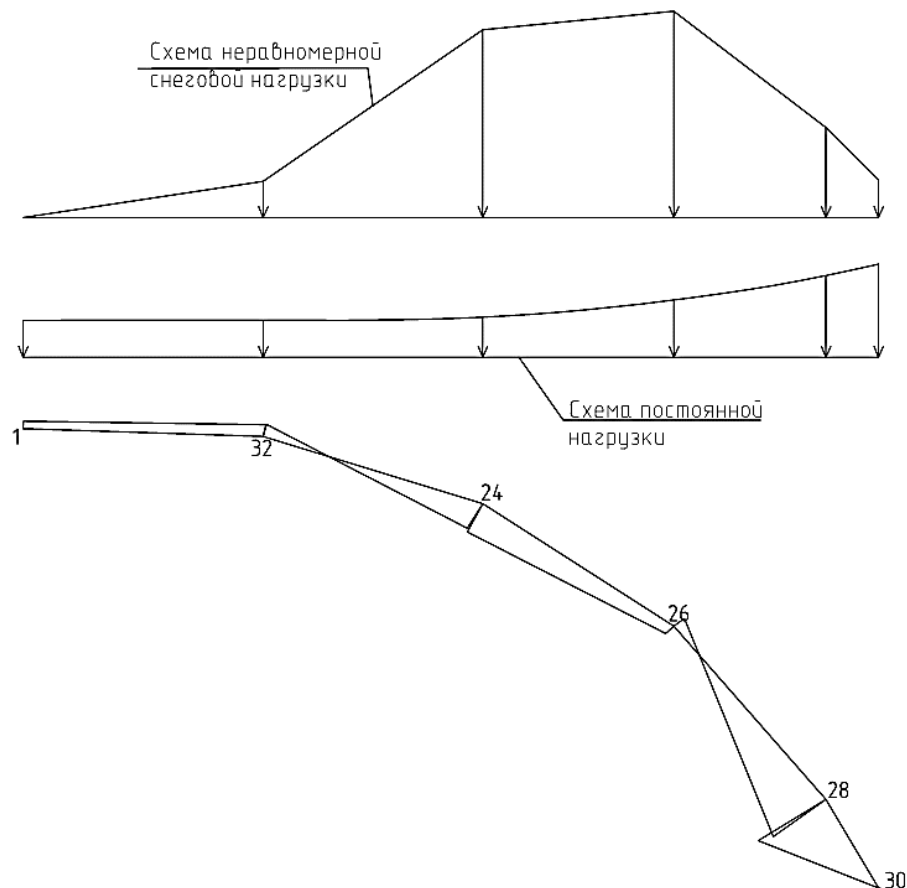


Рисунок 3 – Эпюры изгибающих моментов в ребрах 1-32, 32-24, 24-26, 26-28, 28-30 при действии постоянной и неравномерной снеговой нагрузок

Существенное влияние на напряженно-деформированное состояние всего сооружения оказывает соотношение продольных жесткостей опорного кольца и ребер купола. В ходе расчета каркаса было проведено численное исследование напряженно-деформированного состояния каркаса при варьировании значений коэффициента жесткости

$$K_{ж} = \frac{E_k A_k}{E_p A_p}$$

где  $E_k A_k$  – продольная жесткость опорного стального кольца;  $E_p A_p$  – продольная жесткость деревянных ребер

Изменение коэффициента  $K_{ж}$  выполнялось за счет изменения продольной жесткости опорного кольца  $E_{к}A_{к}$ . Нижнее значение продольной жесткости  $E_{к}A_{к} = 3,1 \cdot 10^6$  кН было продиктовано условием прочности на растяжении опорного кольца, а верхнее значение – площадью двух самых больших равнополочных уголков, имеющихся в сортаменте. Сечение и жесткость деревянных ребер во всех расчетах была принята постоянной и равной соответственной  $240 \times 1089$  мм и  $2,61 \cdot 10^6$  кН. Таким образом, коэффициент  $K_{ж}$  менялся (варьировался) от 1,2 до 2,0.

На рис.4 показана зависимость максимального изгибающего момента в опорном сечении ребра 26-28 от  $K_{ж}$ .

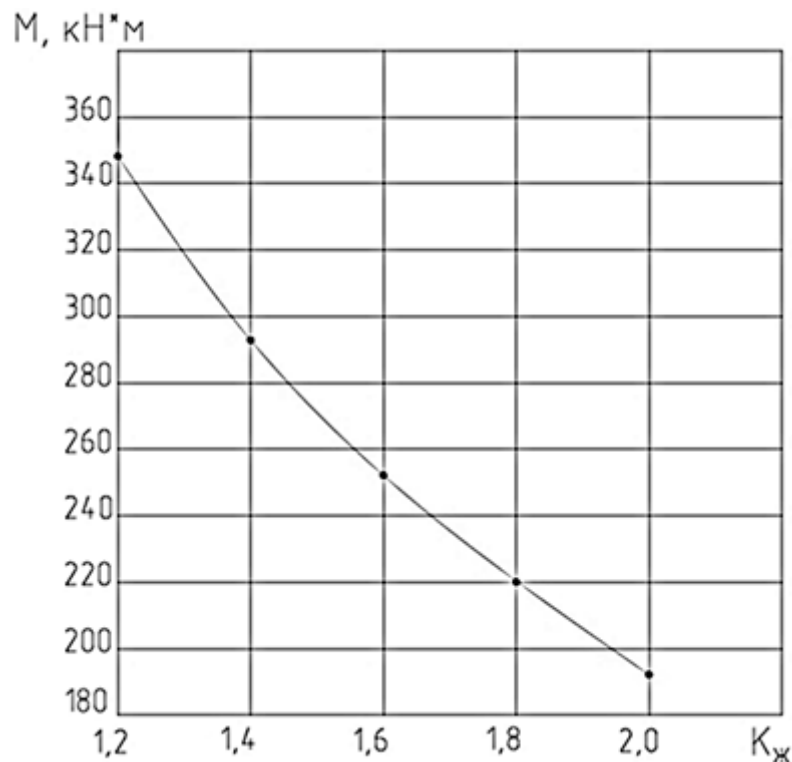


Рисунок 4 – Зависимость максимального изгибающего момента в опорном сечении ребра 26-28 от  $K_{ж}$

Строительство большепролетных конструкций сопряжено с большим расходом различных материалов. Так, например, общая длина деревянных ребер, используемых в данном куполе, превышает 2,6 км, а расход клеёной древесины достигает  $650 \text{ м}^3$ . Исходя из этого, проектирование оптимальной конструкции покрытия является актуальной задачей.

Уменьшить расход древесины можно за счет применения двух типоразмеров сечений ребер. Наибольшие усилия возникают в ребрах меридионального направления при опорной зоне купола. Поэтому подбор сечения этих элементов производится на действие максимального изгибающего момента и соответствующей продольной силы. Сечение остальных элементов можно уменьшить и целесообразно это сделать путем уменьшения ширины сечения. Одинаковая высота сечения всех ребер купола позволяет применять во всем каркасе узловые детали одного типоразмера.

Уменьшить расход древесины можно также за счет увеличения жесткости стального опорного кольца, так как существенно уменьшаются изгибающие моменты в ребрах. Однако в этом случае увеличивается расход стали.

Древесина и сталь являются разнородными по своим свойствам и стоимости материалами, поэтому наиболее точным критерием оптимальности купола является его стоимость.

Примем в качестве целевой функции стоимость несущего каркаса купола «в деле». Эта стоимость включает в себя стоимость материала, изготовления и монтажа несущих деревянных ребер и стального опорного кольца.

$$C_k = C_{др} V_d + C_c (M_k + M_{уд}) \rightarrow \min,$$

где  $C_{др}$  – стоимость  $1\text{м}^3$  деревянных ребер;

$V_d$  – объем деревянных ребер;

$C_c$  – стоимость 1т стали;

$M_k$  – масса опорного кольца;

$M_{уд}$  – масса стальных узловых деталей.

Деревянные ребра купола являются сжато-изгибаемыми элементами, поэтому первым ограничением является условие прочности для такого элемента

$$\frac{N}{F_{расч}} + \frac{M_d}{W_{расч}} \leq R_c$$

где  $N$  – продольная сила;

$M_d$  – изгибающий момент в пролете от действия поперечных и продольных нагрузок, определяемый из расчета по деформируемой схеме;

$F_{расч}$  – расчетная площадь поперечного сечения ребра;

$W_{расч}$  – расчетный момент сопротивления поперечного сечения ребра.

Второе ограничение – условие жесткости деревянного ребра

$$f = \frac{L^2}{16\xi EI} \left( M_1 + M_1 + \frac{5q_n L^2 \cos\beta}{48} \right) \cos\beta \left[ 1 + c \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right] < \frac{L \cos\beta}{300}$$

где  $L$  – длина ребра;

$M_{оп}$ ,  $M_{вп}$  – опорные изгибающие моменты от действия норматив нагрузки;

$q_n$  – максимальное значение погонной нормативной нагрузки, действующей на ребра;

$\beta$  – угол наклона ребра;

$c$  – коэффициент, учитывающий влияние деформации сдвига от поперечной силы;

$h$  – высота сечения ребра;

$\xi$  – коэффициент, учитывающий дополнительный момент от продольной силы.

В сетчатых куполах возможна потеря местной устойчивости – прощелкивание центрального узла к центру сферы. Поэтому третье ограничение – ограничение по устойчивости, определяемое в соответствии с методикой, изложенной в [4]

$$P = \frac{\sqrt{3}}{2} (g + S_1) L^2 \cos^2 \beta < P_{cr} = \frac{2}{\sqrt{3}} E' F \sin^3 \beta K_{жу} K_{об} K_{фн} K_{вн} K_{вл}$$

где  $g$  – постоянная расчетная нагрузки;

$S_1$  – расчетная снеговая нагрузка;

$E'$  – расчетный модуль упругости древесины при расчете по предельным состояниям 1-й группы по деформируемой схеме;

$K_{жу}$  – коэффициент, учитывающий жесткость узлов;

$K_{об}$  – коэффициент, учитывающий обмятие древесины в узлах;

$K_{фн}$  – коэффициент, учитывающий физическую нелинейность древесины;

$K_{вн}$  – коэффициент, учитывающий внеузловой характер действия нагрузки;

$K_{вл}$  – коэффициент, учитывающий влажность древесины.

Поиск минимального значения целевой функции производился методом сканирования. Сначала задавалось минимальное значение коэффициента  $K_{ж}$ , определялись сечения ребер и опорного кольца, выполнялся статический расчет. После этого вычислялся максимальный изгибающий момент в пролете ребра 26-28, и проверялось выполнение условий прочности жесткости и устойчивости. Далее ширина ребра уменьшалась и полученное сечение проверялось на выполнение условий прочности жесткости и устойчивости для усилий, возникающих в центральной зоне купола. Сечения ребер подбирались с минимальным запасом. После выполнения всех проверок определялась стоимость купола. Стоимость стальных конструкций «в деле» в значительной степени зависит от стоимости стального проката, которая, как показал мониторинг объявлений, мало зависит от производителя. Исходя из этого, стоимость стальных конструкций была назначена равной  $C_c = 100$  тыс. руб / т. Стоимость клееных деревянных конструкций в зависимости от производителя отличается большей изменчивостью, поэтому в расчетах учитывалось 3 значения стоимости деревянных ребер  $C_{др} = 50; 55$  и  $60$  тыс. руб / м<sup>3</sup>. На рис.5 показаны зависимости стоимости каркаса купола  $C_k$  от коэффициента  $K_{ж}$  при различных значениях коэффициента

$$K_{ст} = \frac{C_{др}}{C_c}$$

Анализ этих зависимостей показывает, что положение экстремума функции стоимости в основном определяется значением коэффициента  $K_{ж}$  и мало зависит от  $K_{ст}$ . Стоимость купола быстро снижается при увеличении  $K_{ж}$  от 1,2 до 1,55 и достигает своего минимального значения при  $K_{ж} = 1,57$  (для  $K_{ст} = 0,5$ ) и  $K_{ж} = 1,63$  (для  $K_{ст} = 0,6$ ). Далее с увеличением  $K_{ж}$  стоимость купола монотонно возрастает.



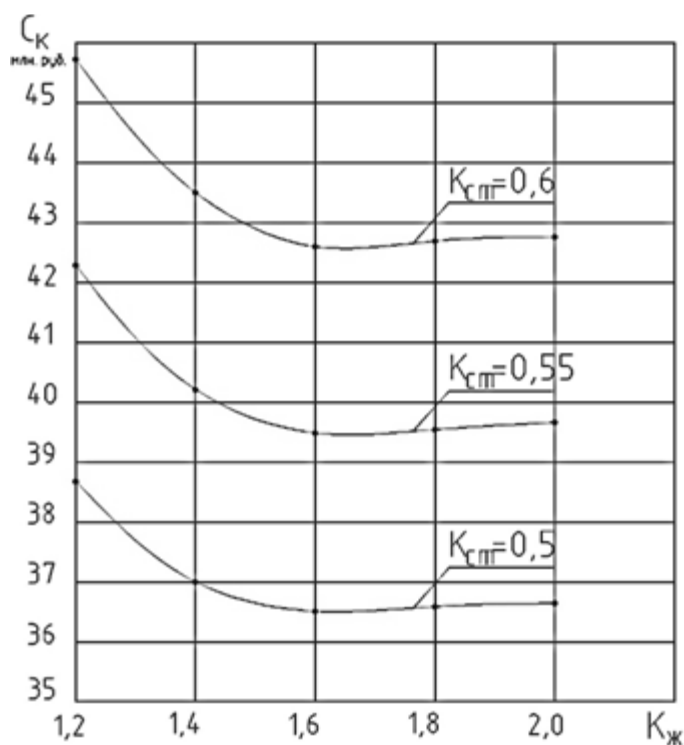


Рис.5. Зависимость стоимости каркаса купола от  $K_{ж}$  при различных  $K_{ст}$

#### Выводы

1. Наиболее опасным сочетанием нагрузок для купола с соотношением  $H/D=0,25\div 0,28$  является сочетание постоянной и неравномерной снеговой нагрузок.

2. Для сетчатого купола с соотношением  $H/D=0,25\div 0,28$ , сечение меридиональных деревянных ребер в приопорной зоне следует подбирать по максимальному моменту и соответствующей продольной силе. Для остальных ребер целесообразно уменьшить ширину сечения на 10-15%.

3. Для сетчатого купола с соотношением  $H/D=0,25\div 0,28$ , образованного на основе сети Чебышева, минимальная стоимость купола будет при  $K_{ж} = 1,6$ .

#### Библиографический список:

1. Миряев Б.В., Сорокина Е.А. Конструктивные схемы деревянных куполов // Эффективные строительные конструкции: теория и практика: сб.ст. XX Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза: ПГУАС, 2022. – С.113-116;

2. Миряев Б.В., Данилова М.В. Оптимизация основных несущих элементов сетчатых деревянных куполов // Изв. Вузов. Строительство, 2003. – №12/ – С.12-16.

3. Миряев Б.В., Зотов В.С. Напряженно-деформированное состояние узлов деревянного купола // Региональная архитектура и строительство. 2021. №4. С. 89-97.

4. Миряев Б.В., Кузнецов А.А. Определение критической нагрузки при местной потере устойчивости сетчатых деревянных куполов // Региональная архитектура и строительство. 2016. №1. С. 90-98.