

УДК 691:69.07

ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ И ДЕФОРМАТИВНОСТИ СВАЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ БОКОВОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Викторов Валерий Васильевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции».

Медведев Ринат Наилевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

студент.

Осетров Антон Андреевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

студент.

Аннотация

Приведена методика непосредственного определения внутренних усилий, горизонтальных перемещений и поворота оси в сваях, воспринимающих горизонтальную боковую нагрузку. Предложенная методика позволяет упростить расчет свайных фундаментов, необходимый при проектировании зданий и сооружений.

Ключевые слова: расчет свай; боковая нагрузка на сваи; расчет свай при действии боковой нагрузки; внутренние усилия в сваях при действии боковой нагрузки.

ASSESSMENT OF THE STRENGTH AND DEFORMABILITY OF PILES UNDER THE ACTION OF LATERAL HORIZONTAL LOAD

Viktorov Valery Vasilyevich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

*Candidate of Sciences, Associate professor of the department "Building Structures",
Medvedev Rinat Nailevich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,
student.*

Osetrov Anton Andreevich,

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,
student.*

Abstract

The technique of direct determination of internal forces, horizontal displacements and axis rotation in piles receiving horizontal lateral load is given. The proposed method makes it possible to simplify the calculation of pile foundations necessary for the design of buildings and structures.

Keywords: calculation of piles; lateral load on piles; calculation of piles under the action of a lateral load; internal forces in piles under the action of a lateral load.

В настоящее время свайные фундаменты прочно вошли в практику строительства и имеют очень широкое применение при возведении самых разнообразных зданий. При недостаточных прочностных характеристиках грунтового основания здания строители при возведении здания используют свайные фундаменты, основой которых являются забивные или набивные сваи. Сваи могут иметь разнообразное конструктивное или технологическое решение, но в большинстве случаев их назначение заключается в передаче нагрузки от вышестоящего здания на грунт основания. Как правило, сваи воспринимают все нагрузки от вышележащих конструкций зданий и сооружений через промежуточную конструкцию, называемую "ростверк".

В зависимости от принятого в проекте конструктивного решения здания, от действующих нагрузок и грунтовых условий сопряжение сваи с ростверком может выполняться по жесткой или шарнирной схемам.

В случае шарнирного сопряжения ростверка и сваи на оголовке сваи передается сосредоточенная силовая нагрузка, которая может быть разложена

на вертикальную составляющую N (продольная сила) и горизонтальную составляющую H (поперечная сила). В случае жесткого сопряжения сваи и ростверка к указанным нагрузкам добавляется изгибающий момент M . Конструктивные решения свайных фундаментов должны соответствовать требованиям безопасности приведенным в [1] и [2].

В современных нормах проектирования [3] достаточно подробно разработана методика определения допустимой вертикальной нагрузки на сваю. В то же время подробная методика расчета свай на совместное действие вертикальной и горизонтальной нагрузки отсутствует.

В п 7.1.8, [3] сказано, что свая должна рассчитываться как стержень, жестко заземленный в грунте. Расчет следует проводить как балку на упругом основании. При этом грунт, окружающий сваю, следует рассматривать как упругую линейно-деформируемую среду, характеризуемую коэффициентом постели C_z , кН/м^3 , возрастающим с глубиной.

Длина рассчитываемого консольного участка сваи определяется по формуле

$$l_1 = l_0 + \frac{2}{\alpha_e};$$

где l_0 – длина участка сваи от подошвы ростверка до уровня планировки грунта, м;

α_e – коэффициент деформации, $1/\text{м}$, определяемый по приложению В [3].

Расчетные значения коэффициента постели C_z грунта на боковой поверхности сваи допускается определять по формуле

$$C_z = \frac{K \cdot z}{g_{cz}}$$

где K – коэффициент пропорциональности, кН/м^4 (тс/м^4), принимаемый в зависимости от вида грунта, окружающего сваю, по таблице В.1 [3];

z – глубина расположения сечения сваи в грунте, м, для которой определяется коэффициент постели, по отношению к поверхности грунта при высоком ростверке или к подошве ростверка при низком ростверке;

γ_{cz} – коэффициент условий работы (для отдельно стоящей сваи $\gamma_{cz} = 3$).

Коэффициент деформации α_ε (1/м) следует определять по формуле

$$\alpha_\varepsilon = \sqrt[5]{\frac{K \cdot b_p}{g_c \cdot E \cdot I}}$$

где E – модуль упругости материала сваи, кПа;

I – момент инерции поперечного сечения сваи, м⁴;

b_p – условная ширина сваи, м; для свай с диаметром стволов менее 0,8 м принимается равной $b_p = 1,5 \cdot d + 0,5$, м;

γ_c – коэффициент условий работы;

d – наружный диаметр круглого или сторона квадратного, или сторона прямоугольного сечения свай в плоскости, перпендикулярной действию нагрузки, м.

Расчет свай на совместное действие вертикальной и горизонтальной сил и момента должен включать:

– проверку устойчивости грунта;

– расчет свай по деформациям, включающий проверку соблюдения условий допустимости расчетных значений горизонтального перемещения головы сваи u_p и угла поворота головы сваи ψ_p ;

– проверку сечений свай по предельным состояниям первой и второй групп.

Проверка устойчивости грунта выполняется согласно п. В.7 [3], для выполнения проверки необходимо знать значения давления на грунт (боковая нагрузка q).

Расчет свай по деформациям предполагает проверку соблюдения условий допустимости расчетных значений горизонтального перемещения головы сваи $u_p = f$ и угла поворота головы сваи $\psi_p = \varphi$; допустимые значения $[u_p]$ и $[\psi_p]$ принимаются в соответствии с [4].

Проверка сечений свай по предельным состояниям первой и второй групп, по прочности, образованию и раскрытию трещин выполняется в соответствии с [5] на основе полученных значений M и Q .

В данной работе предлагается методика последовательного определения эпюры бокового давления грунта и соответствующей ей эпюре перемещений и поворота оси сваи.

Для этого рассмотрим вариант при действии горизонтальной силы, действующей на сваю в уровне сопряжения сваи с грунтом основания.

На стержень сваи будет действовать внешняя горизонтальная нагрузка H и сила отпора грунта q в точке на глубине z равна произведению горизонтального перемещения сваи f в рассматриваемой точке на коэффициент постели $C(z)$, зависящий от глубины положения z , рассматриваемой точки $q(z) = f(z) \cdot C(z)$;

Из курса сопротивления материалов известно, что нагрузка, действующая на изгибаемый элемент с постоянной изгибной жесткостью по длине, и перемещения оси этого элемента связаны дифференциальной зависимостью. Уравнение распределенной нагрузки по длине балки - есть четвертая производная от уравнения перемещений продольной оси балки.

Перемещения от внешней нагрузки вызывают реакцию грунта, препятствующую этому перемещению. При этом должно получиться равновесное условие, при котором уравнение изогнутой оси сваи будет соответствовать боковой реакции, а боковая реакция соответствовать перемещениям оси сваи.

Определение перемещений оси сваи сил отпора грунта производится методом последовательных приближений, с оценкой сходимости на каждом этапе.

Приняты следующие расчетные положения:

- начало координат принимается в верхней точке сваи;
- направление оси x принимается вдоль оси сваи с направлением *вниз*, его значение равно глубине рассматриваемой точки z ($x = z$);
- горизонтальные перемещения оси сваи определяются в предположении упругой ее работы;
- линейный коэффициент упругости отпора грунта K_z вычисляется в соответствии с приложением В [3].

- величина линейного коэффициента упругости K_z принимается постоянной на всю глубину сваи;
- величина коэффициента постели линейно зависит от горизонтального перемещения сваи и глубины рассматриваемого сечения и вычисляется по формуле $C(z) = K_z \cdot x$;

В первой итерации на сваю действует горизонтальная сила H .

Внешняя распределенная нагрузка отсутствует. Поперечная сила по длине сваи есть величина постоянная, равная боковой горизонтальной нагрузке.

$$Q(x)_1 = H;$$

$$Q(x) = Q(x)_1 = H;$$

Поперечная сила по длине сваи есть производная от изгибающего момента. Функция изменения изгибающего момента может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$dM(x)_1 = Q(x)_1 \cdot dx.$$

$$M(x)_1 = \int Q(x)_1 \cdot dx = H \cdot x + C_2.$$

$$\text{При } x = 0 \quad M(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$M(x)_1 = H \cdot x.$$

$$M(x) = M(x)_1$$

Изгибающий момент по длине сваи есть производная от угла поворота оси сваи. При постоянной изгибной жесткости сваи по ее длине функция изменения угла поворота оси может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$d\varphi(x)_1 = \frac{1}{E \cdot I} M(x)_1 \cdot dx.$$

$$\varphi(x)_1 = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int M(x)_1 \cdot dx = \frac{H}{E \cdot I} \cdot x^2 / 2 + C_3.$$

$$\text{При } x = l \quad \varphi(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = -\frac{H}{E \cdot I} \cdot l^2 / 2$$

$$\varphi(x)_1 = \frac{H}{E \cdot I} \cdot (x^2 / 2! - l^2 / 2).$$

$$\varphi(x) = \varphi(x)_1$$

Угол поворота оси сваи по ее длине есть производная от горизонтального перемещения оси сваи. При постоянной изгибной жесткости сваи по ее длине функция горизонтального перемещения оси может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$df(x)_1 = \varphi(x)_1 \cdot dx.$$

$$f(x)_1 = \int \varphi(x)_1 \cdot dx = \frac{H}{E \cdot I} \cdot (x^3/3! - l^2 \cdot x/2) + C_4.$$

$$\text{При } x = l \quad f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_4 = \frac{H}{E \cdot I} \cdot l^3/3$$

$$f(x)_1 = \frac{H}{E \cdot I} \cdot (x^3/3! - l^2 \cdot x/2 + l^3/3);$$

$$f(x) = f(x)_1$$

Вторую итерацию начинаем, используя уравнение изогнутой оси сваи, полученное в первой итерации.

Реакция упругого основания может быть вычислена по формуле

$$q(x) = f(x) \cdot C(z) = f(x) \cdot K_z \cdot x;$$

где K_z – линейный коэффициент упругости $K_z = \frac{K \cdot b}{g_c}$ [3],

$$q(x)_2 = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^4/4! - l^2 \cdot x^2/2! + l^3 \cdot x/3);$$

здесь K – коэффициент пропорциональности, зависящий от характеристик грунта и принимаемый по таблице В1 [3].

Функция распределенной нагрузки по длине сваи есть производная от поперечной силы. Функция изменения поперечной силы может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$dQ(x)_2 = q(x)_2 \cdot dx.$$

$$Q(x)_2 = \int q(x)_2 \cdot dx = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^5/5! - l^2 \cdot x^3/3! + l^3 \cdot x^2/(3 \cdot 2!)) + C_1;$$

$$\text{При } x = 0 \quad Q(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0$$

$$Q(x)_2 = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^5/5! - l^2 \cdot x^3/3! + l^3 \cdot x^2/(3 \cdot 2!)).$$

Результирующее значение поперечной силы можно вычислить по формуле

$$Q(x) = Q(x)_1 - Q(x)_2.$$

Функция изменения изгибающего момента может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$dM(x)_2 = Q(x)_2 \cdot dx.$$

$$M(x)_2 = \int Q(x)_2 \cdot dx = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^6/6! - l^2 \cdot x^4/4! + l^3 \cdot x^3/(3 \cdot 3!)) + C_2.$$

$$\text{При } x = 0 \quad M(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0.$$

$$M(x)_2 = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^6/6! - l^2 \cdot x^4/4! + l^3 \cdot x^3/(3 \cdot 3!))$$

Результирующее значение изгибающего момента можно вычислить по формуле

$$M(x) = M(x)_1 - M(x)_2$$

При постоянной изгибной жесткости сваи по ее длине функция изменения угла поворота оси может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$d\varphi(x)_2 = M(x)_2 \cdot dx.$$

$$\varphi(x)_2 = \int M(x)_2 \cdot dx = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^7/7! - l^2 \cdot x^5/5! + l^3 \cdot x^4/(3 \cdot 4!)) + C_3.$$

$$\text{При } x = l \quad \varphi(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot 2 \cdot l^7 / 315$$

$$\varphi(x)_2 = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^7/7! - l^2 \cdot x^5/5! + l^3 \cdot x^4/(3 \cdot 4!) - 2 \cdot l^7/315).$$

Результирующее значение угла поворота оси сваи можно вычислить по формуле

$$\varphi(x) = \varphi(x)_1 - \varphi(x)_2$$

Функция изменения горизонтального перемещения оси сваи может быть найдена решением дифференциального уравнения.

$$df(x)_2 = \varphi(x)_2 \cdot dx.$$

$$f(x)_2 = \int \varphi(x)_2 \cdot dx = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^8/8! - l^2 \cdot x^6/6! + l^3 \cdot x^5/(3 \cdot 5!) - 2 \cdot l^7 \cdot x/315) + C_4.$$

$$\text{При } x = l \quad f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_4 = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot 196 \cdot l^8 / 8!$$

$$f(x)_2 = \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^8 / 8! - l^2 \cdot x^6 / 6! + l^3 \cdot x^5 / (3 \cdot 5!) - 2 \cdot l^7 \cdot x / 315 + 196 \cdot l^8 / 8!)$$

Результирующее значение горизонтального перемещения оси сваи можно вычислить по формуле

$$f(x) = f(x)_1 - f(x)_2$$

Длина сваи l , учитываемая в расчете может быть определена из уравнения равновесия на всех сил на горизонтальную ось.

$$H = \int_0^l q(x)_2 dx;$$

$$H = \int_0^l \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^4 / 4! - l^2 \cdot x^2 / 2! + l^3 \cdot x / 3) dx$$

$$H = \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (x^5 / 30 - l^2 \cdot x^3 / 6 + l^3 \cdot x^2 / 6) \Big|_{x=0}^{x=l}$$

$$H = \frac{H \cdot K_z \cdot l^5}{30 \cdot E \cdot I}$$

$$l = \sqrt[5]{\frac{30 \cdot E \cdot I}{K_z}} = 1,974 \cdot \sqrt[5]{\frac{E \cdot I}{K_z}} \approx \frac{2}{\sqrt[5]{\frac{K \cdot b}{g_c \cdot E \cdot I}}}$$

Следует отметить, что полученная формула соответствует формуле 7.1 [3].

Третью итерацию начинаем, используя уравнение изогнутой оси сваи, полученное во второй итерации.

Реакция упругого основания может быть вычислена по формуле

$$q(x) = f(x) \cdot C(z); = f(x) \cdot K_z \cdot x;$$

$$q(x)_3 = \frac{H \cdot K_z^2}{(E \cdot I)^2} \cdot ((4 \cdot 9) \cdot x^9 / 9! - 7 \cdot l^2 \cdot x^7 / 7! + 2 \cdot l^3 \cdot x^6 / 6! - 4 \cdot l^7 \cdot x^2 / (315 \cdot 2!) + 196 \cdot l^8 \cdot x / 8!).$$

Дальнейшие расчеты выполняются по аналогичному, приведенному выше алгоритму. Были проведены итерации определения перемещений и усилий вплоть до восьмой. Вычисления коэффициентов и постоянных дифференциальных уравнений проводились с помощью программы *Excel*.

Проведение дальнейших итераций осложнилось действующим ограничением точности вычислений компьютерной программы. В связи с длинными формулами и большими значениями постоянных интегрирования эти выкладки в настоящей работе не приводятся.

Результаты вычислений представлены на графиках (см. рис. 1-5).

Вычисления приведены для сваи железобетонной сваи сечением 300×300 мм. Свая забита в полутвердую ($K = 18000 \text{ кН/м}^4$) глину и воспринимает горизонтальную нагрузку в 30 кН.

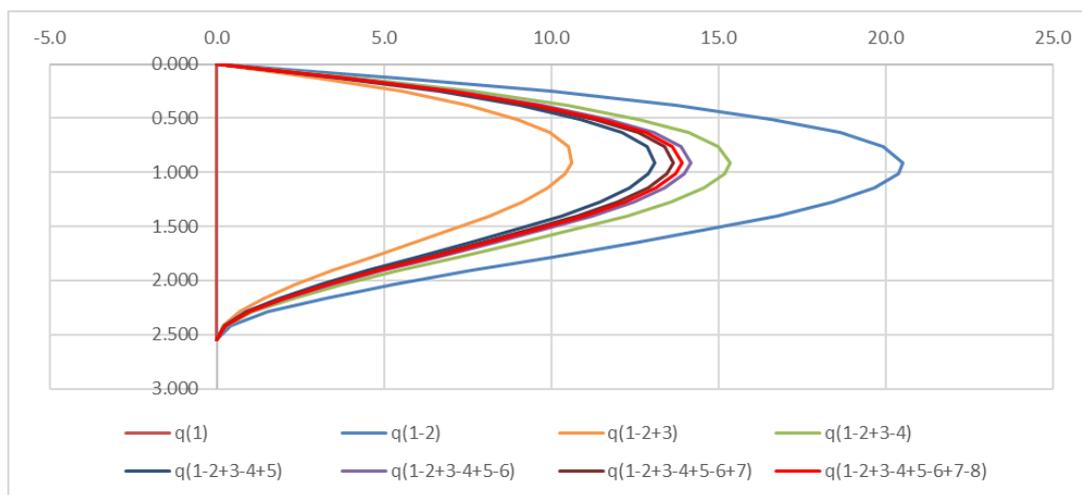


Рисунок 1 - Величина отпора грунта q (кН/м) по длине сваи в зависимости от схемы расчета

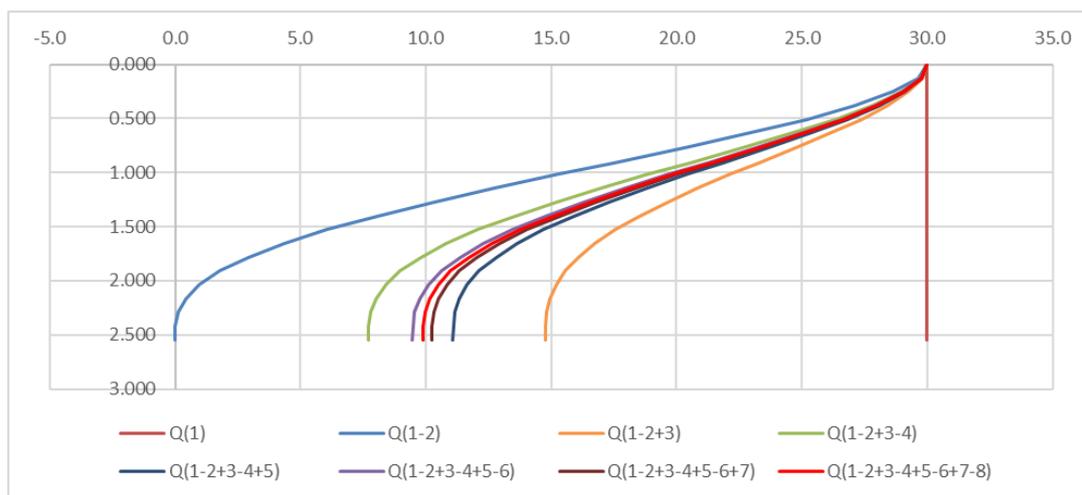


Рисунок 2 - Величина поперечной силы Q (кН) по длине сваи в зависимости от схемы расчета

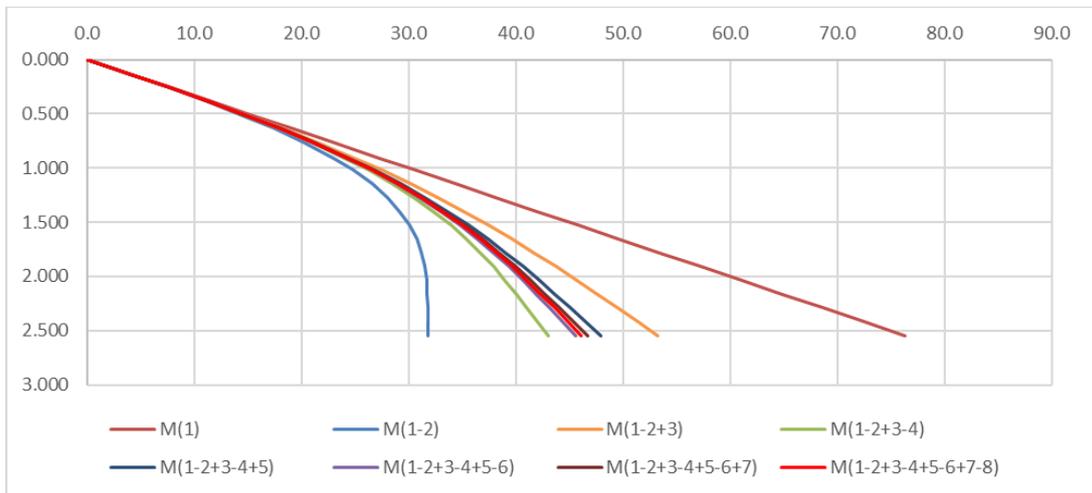


Рисунок 3 - Величина изгибающего момента M (кНм) по длине сваи в зависимости от схемы расчета

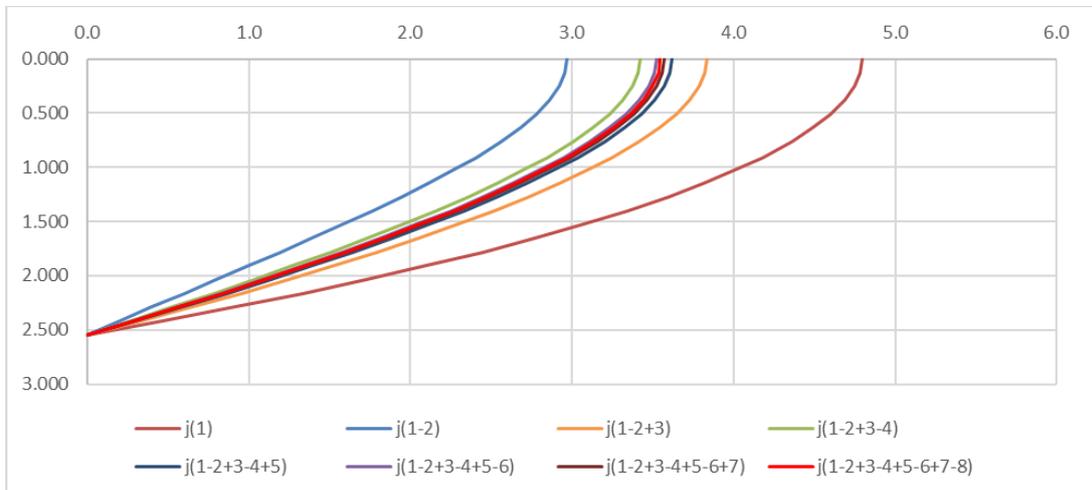


Рисунок 4 - Величина поворота оси сваи φ (рад $\times 1000$) по ее длине в зависимости от схемы расчета

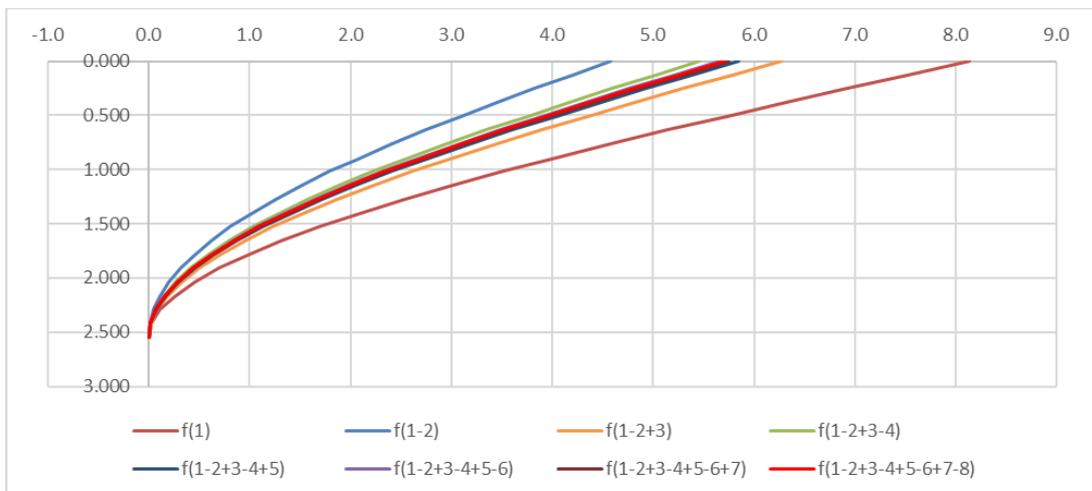


Рисунок 5 - Величина горизонтальных перемещений оси сваи f (мм) по ее длине в зависимости от схемы расчета

Анализируя полученные результаты расчета, можно сделать следующие выводы:

Процесс расчета с использованием полиномов имеет хорошую сходимость. Разность значений всех показателей (q , Q , M , φ , f) шестой и восьмой итераций не превышает 1,5%.

Относительная разность значений всех показателей для различных итераций не зависит от величины коэффициента K .

Относительная разность значений всех показателей для различных итераций не зависит от величины боковой нагрузки.

Формулы для расчета показателей начиная с третьей итерации весьма сложны для инженерных расчетов и в данной статье не приведены.

Для инженерных расчетов предлагается использовать результаты расчета первых двух итераций.

Разность полсуммы первых двух итераций при расчете бокового давления грунта составляет 70,1% от результатов расчета по 8 итерации.

Распределение значения поперечной силы по длине сваи не актуально, поскольку при расчете несущей способности железобетонных элементов расчет на действие изгибающего момента и поперечной силы проводятся отдельно, а максимальное значение поперечной силы сваи будет равно величине прилагаемой боковой нагрузки и будет находиться в точке приложения этой нагрузки.

Разность полсуммы первых двух итераций при расчете изгибающего момента составляет 117,1% от результатов расчета по 8 итерации.

Разность полсуммы первых двух итераций при расчете угла поворота оси сваи составляет 109,4% от результатов расчета по 8 итерации.

Разность полсуммы первых двух итераций при расчете горизонтального перемещения оси сваи составляет 111,2% от результатов расчета по 8 итерации.

Максимальное значение бокового давления грунта от первой итерации равно нулю. При делении половины значения второй итерации на 0,7 получится коэффициент $0,72 \approx 0,75$.

Максимального значения боковой нагрузки отпора грунта достигает на глубине $x=0,358 \cdot l$,

где l – глубина заземления сваи в грунте.

Максимальное значение боковой нагрузки, необходимое для вычисления устойчивости грунта, окружающего сваю в этом случае составит

$$q_{max} = 0,75 \cdot \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot (4 \cdot 0,358^4 \cdot l^4 / 4! - 0,358^2 \cdot l^2 / 2! + 0,358 \cdot l / 1) \approx 0,045 \cdot \frac{H \cdot K_z}{E \cdot I} \cdot l^4;$$

Максимальное значение поперечной силы будет равно значению боковой нагрузки.

Максимальное значение изгибающего момента будет находиться на глубине заземления сваи в грунте при $x = l$ и будет равно

$$M_{max} = 0,9 \cdot (H \cdot x - \frac{H \cdot K_z}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (4 \cdot x^6 / 6! - l^2 \cdot x^4 / 4! + l^3 \cdot x^3 / (3 \cdot 3!))) \approx 0,9 \cdot H \cdot l \cdot (1 - 0,05 \cdot \frac{K_z}{E \cdot I} \cdot l^5)$$

Максимальное значение угла поворота оси сваи будет находиться уровне приложения нагрузки при $x = 0$ и будет равно

$$\begin{aligned} \varphi_{max} &= 0,9 \cdot (\frac{H}{E \cdot I} \cdot (x^2 / 2! - l^2 / 2) - \frac{H \cdot K_z}{2 \cdot (E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^7 / 7! - l^2 \cdot x^5 / 5! + l^3 \cdot x^4 / (3 \cdot 4!) - 2 \cdot l^7 / 315)) = \\ &= 0,9 \cdot (\frac{H}{E \cdot I} \cdot (- l^2 / 2) - \frac{H \cdot K_z}{(E \cdot I)^2} \cdot (- l^7 / 315)) = 0,9 \cdot \frac{H \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (\frac{K_z}{315 \cdot (E \cdot I)} \cdot l^5 - 1). \end{aligned}$$

Максимальное значение горизонтального перемещения оси сваи будет находиться уровне приложения нагрузки при $x = 0$ и будет равно

$$\begin{aligned} f_{max} &= 0,9 \cdot (\frac{H}{E \cdot I} \cdot (x^3 / 3! - l^2 \cdot x / 2 + l^3 / 3) - \frac{H \cdot K_z}{2 \cdot (E \cdot I)^2} \cdot (4 \cdot x^8 / 8! - l^2 \cdot x^6 / 6! + l^3 \cdot x^5 / (3 \cdot 5!) - 2 \cdot l^7 \cdot x / 315 + \\ &+ 196 \cdot l^8 / 8!)) = 0,9 \cdot (\frac{H}{E \cdot I} \cdot (l^3 / 3) - \frac{H \cdot K_z}{2 \cdot (E \cdot I)^2} \cdot (196 \cdot l^8 / 8!)) = 0,9 \cdot \frac{H \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot (1 - \frac{7 \cdot K_z}{240 \cdot E \cdot I}). \end{aligned}$$

Таким образом, используя приведенные выше формулы можно определить максимальные значения внутренних усилий и перемещений оси сваи, погруженной в грунт и воспринимающей боковую нагрузку.

Значения перемещений следует сравнивать с допустимыми. Значения усилий могут быть использованы для конструктивного расчета несущей способности стержня для определения устойчивости грунта, окружающего сваю.

Библиографический список:

1. Федеральный закон от 30 декабря 2009 года №384-ФЗ "Технический регламент о безопасности зданий и сооружений" М.: РГ Федеральный выпуск №5079, 2009.
2. ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования. М.: Стандартинформ, 2015.
3. СП 24.13330.2016 Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.03-85. – М.: Минстрой РФ, 2011.
4. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. – М.: Минстрой РФ, 2016.
5. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: Минстрой РФ, 2018.