

УДК 624.072.31

## **ВНЕЦЕНТРЕННО-СЖАТАЯ УПРУГАЯ ПУСТОТЕЛАЯ КОЛОННА**

***Бакушев Сергей Васильевич,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*доктор технических наук, профессор кафедры «Механика».*

***Голиков Алексей Алексеевич,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*студент.*

### **Аннотация**

Рассматривается внецентренно нагруженная прямолинейная упругая пустотелая колонна, внешний слой которой имеет прочность значительно превышающую прочность внутреннего заполнителя. Для восприятия сжимающей нагрузки, след которой располагается в зоне внутреннего заполнителя колонны, предлагается использовать либо балочную систему, либо перекрёстную стержневую систему, опирающуюся на внешний слой колонны. Показано, что положение нейтральной линии, а, следовательно, и напряжённое состояние колонны, не зависит от способа передачи нагрузки на внешний более прочный слой колонны. Более того, изгибная жёсткость подложек не влияет ни на положение нейтральной линии, ни на напряжённое состояние колонны. Таким образом, в качестве подложки для сосредоточенной силы вполне допустимо использовать как балочную конструкция, так и перекрёстную стержневую систему, опирающуюся на внешний более прочный слой колонны. Представленные в статье результаты могут быть использованы при конструировании внецентренно нагруженного полого упругого стержня, внешний слой которого имеет значительно большую прочность по сравнению с прочностью его внутреннего заполнителя.

**Ключевые слова:** упругая пустотелая колонна, внецентренное нагружение, нейтральная линия.

## **NON-CENTER-COMPRESSED ELASTIC HOLLOW COLUMN**

***Bakushev Sergey Vasilevich,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor of the department "Mechanics".*

***Golikov Aleksey Alekseevich,***

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*student.*

### **Abstract**

An extra-centrally loaded rectilinear elastic hollow column is considered, the outer layer of which has a strength significantly exceeding the strength of the inner aggregate. For the perception of the compressive load, the trace of which is located in the zone of the inner aggregate of the column, it is proposed to use either a beam system or a cross rod system resting on the outer layer of the column. It is shown that the position of the neutral line, and, consequently, the stress state of the column, does not depend on the method of transferring the load to the outer stronger layer of the column. Moreover, the bending stiffness of the substrates does not affect either the position of the neutral line or the stress state of the column. Thus, as a substrate for concentrated force, it is quite acceptable to use both a beam structure and a cross-rod system resting on the outer stronger layer of the column. The results presented in the article can be used in the design of an off-centered hollow elastic rod, the outer layer of which has significantly greater strength compared to the strength of its internal aggregate.

**Keywords:** elastic hollow column, out-of-center loading, neutral line.

## Введение.

Внецентренно нагруженные стойки и колонны широко используются в практике строительства как гражданских, так и промышленных зданий, и сооружений [1], [2], [3]. Достаточно часто внецентренно нагруженные колонны являются пустотелыми или, по крайней мере, их наружный слой может иметь значительно большую прочность по сравнению с прочностью внутреннего заполнителя. Такими конструкциями могут быть пустотелые кирпичные или железобетонные, а также стальные колонны. При этом возможна ситуация, когда, исходя из конструктивных соображений, нагрузку на колонну следует передать в точку, расположенную в ослабленной внутренней части колонны, а если колонны пустотелая, то эта точка может оказаться в районе внутренней пустоты. В этом случае для передачи нагрузки на колонну следует использовать достаточно жёсткие и прочные подложки, опирающиеся на внешний прочный слой колонны (рис. 1).

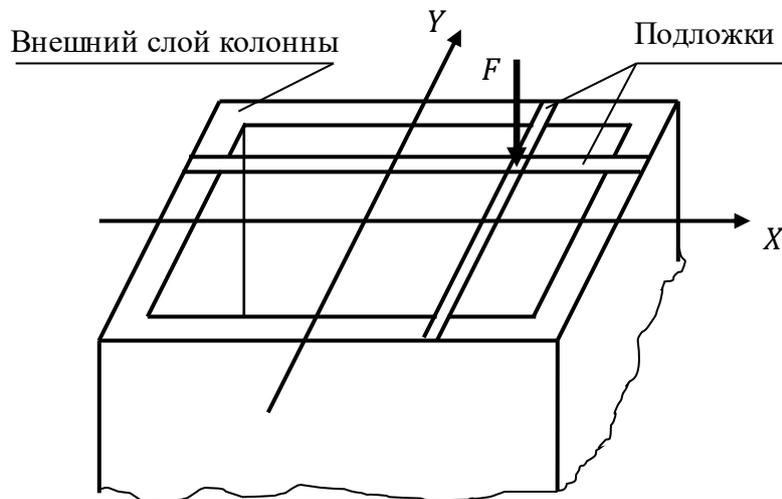


Рисунок 1 – Передача нагрузки на колонну

Возникает вопрос, влияют ли подложки на напряжённо-деформированное состояние внецентренно нагруженной колонны?

Рассмотрим два случая обустройства подложек. В первом случае в качестве подложки будем рассматривать достаточно жёсткую балочку, опирающуюся на внешний слой колонны (рис. 2, а). Во втором случае в

качестве подложки будем рассматривать перекрёстную стержневую систему, также опирающуюся на внешний слой колонны (рис. 3).

### Случай 1.

В соответствии с расчётной схемой (рис. 2, б)

$$R_A = F \frac{x_2}{b}; \quad R_B = F \frac{x_2}{b}; \quad H_A = 0. \quad (1)$$

Если  $F = F(x_0, y_0)$ ,  $R_A = R_A(x_A, y_A)$ ,  $R_B = R_B(x_B, y_B)$ , то, в соответствии с рис. 2, а получаем

$$x_0 = x_1 - \frac{b}{2}; \quad y_0 = y_1 - \frac{h}{2};$$

$$x_A = -\frac{b}{2}; \quad y_A = y_1 - \frac{h}{2}; \quad x_B = \frac{b}{2}; \quad y_B = y_1 - \frac{h}{2}.$$

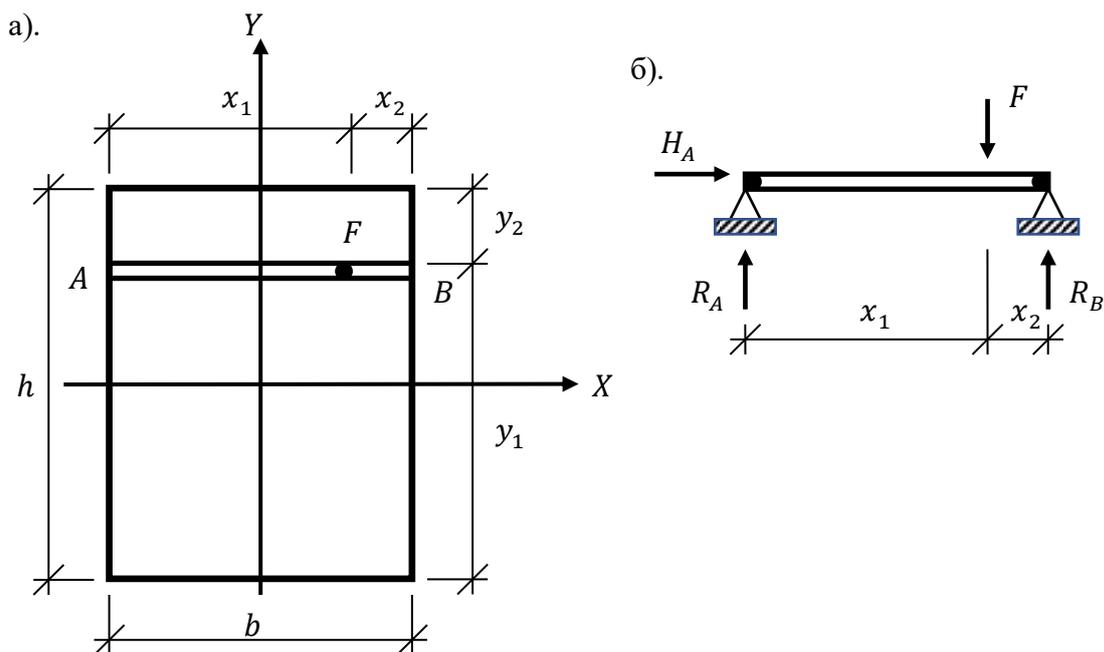


Рисунок 2 – Случай 1 обустройства подложек

Приняв в качестве исходных данных следующее:  $b = 80$  см;  $h = 120$  см;  $x_0 = 20$  см;  $y_0 = 30$  см;  $x_1 = 60$  см;  $y_1 = 90$  см, получим величину отрезков, отсекаемых нейтральной линией на осях координат  $X$ ,  $Y$  при нагружении колонны только сосредоточенной силой  $F$ :

$$a_x = -26,67 \text{ см}; \quad a_y = -40 \text{ см}.$$

При нагружении колонны только сосредоточенными силами  $R_A$  и  $R_B$ , передаваемыми на контур колонны от сосредоточенной силы  $F = 100$  кН через подложку, отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат  $X$ ,  $Y$ , будут равны [4]:

$$a_x = -\frac{(R_A + R_B)i_y^2}{R_A x_A + R_B x_B} = -26,67 \text{ см}; \quad a_y = -\frac{(R_A + R_B)i_x^2}{R_A y_A + R_B y_B} = -40 \text{ см}.$$

Таким образом, нейтральная линия при воздействии на колонну одной сосредоточенной силы ( $F$ ) совпала с нейтральной линией при воздействии на колонну совокупности (двух) сосредоточенных сил ( $R_A$  и  $R_B$ ), причём  $F = R_A + R_B$ . Это означает, что напряжённое состояние внецентренно нагруженной колонны не изменится, если одну сосредоточенную силу ( $F$ ) заменить двумя сосредоточенными силами ( $R_A$  и  $R_B$ ), причём  $F = R_A + R_B$ . Следовательно, использовать в качестве подложки одну балочку вполне допустимо.

### Случай 2.

Подложка в виде перекрёстной стержневой системы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  жёстко скреплённая в точке  $F$ , опирающаяся на шаровые шарниры в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , будет являться один раз статически неопределимой пространственной системой (рис. 3).

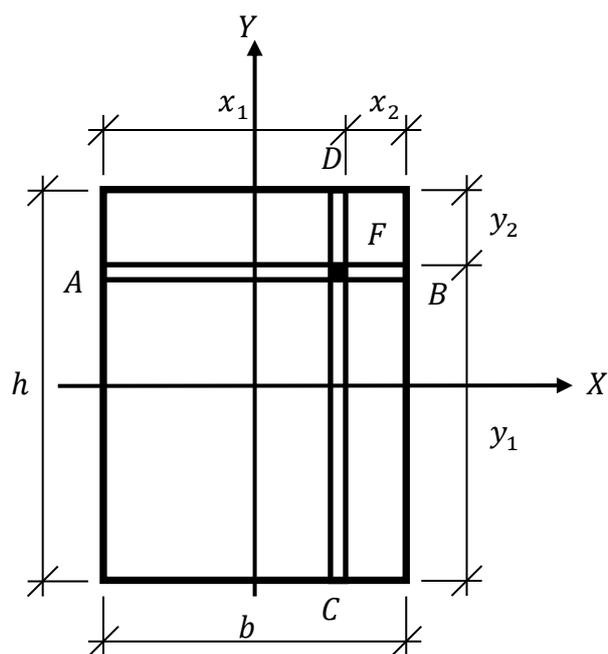


Рисунок 3 – Случай 2  
обустройства подложек

Расчётная схема пространственной перекрёстной стержневой системы представлена на рис. 4.

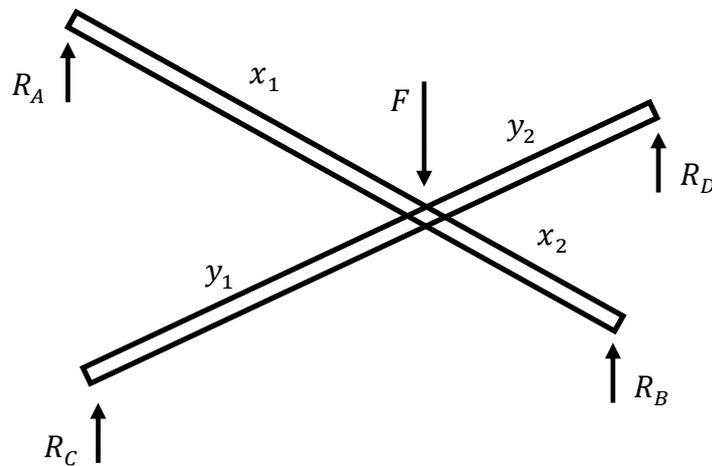


Рисунок 4 - Расчётная схема пространственной перекрёстной стержневой системы

Раскрывая статическую неопределимость методом сил, получаем:

$$R_A = \frac{x_2}{bx_1y_1} \left( Fx_1y_1 - R_C h \frac{x_1y_1}{y_2} \right);$$

$$R_B = \frac{1}{by_1} \left( Fx_1y_1 - R_C h \frac{x_1y_1}{y_2} \right);$$

$$R_D = R_C \frac{y_1}{y_2}; \tag{2}$$

$$R_C = \frac{\frac{1}{(EI)_{AB}} \left( \frac{Fh}{3b} x_1^2 x_2^2 \right)}{\frac{1}{(EI)_{AB}} \left( \frac{h^2}{3b^2} \frac{x_1^2 x_2^2}{y_2^2} \right) (x_1 + x_2) + \frac{1}{(EI)_{CD}} \left( \frac{y_1^2}{3} \right) (y_1 + y_2)}.$$

Для выписанных ранее исходных данных имеем:

$$x_C = x_1 - \frac{b}{2}; \quad y_C = -\frac{h}{2}; \quad x_D = x_1 - \frac{b}{2}; \quad y_D = \frac{h}{2}.$$

Принимая в качестве подложек стальную ( $E = 2,05 \cdot 10^5$  МПа) перекрёстно-стержневую систему каждый стержень которой имеет прямоугольное поперечное сечение размером 2 x 5 см ( $I_x = 20,8$  см<sup>4</sup>), найдём

величину отрезков, отсекаемых нейтральной линией на осях координат X, Y [4]:

$$a_x = -\frac{(R_A + R_B + R_C + R_D)i_y^2}{R_A x_A + R_B x_B + R_C x_C + R_D x_D} = -26,67 \text{ см};$$
$$a_y = -\frac{(R_A + R_B + R_C + R_D)i_x^2}{R_A y_A + R_B y_B + R_C y_C + R_D y_D} = -40 \text{ см}.$$

Для других материалов и форме, и размерах поперечных сечений элементов перекрёстно стержневой системы получим точно такой же результат.

Как видим, и в случае замены одной сосредоточенной силы ( $F$ ) четырьмя сосредоточенными силами ( $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  и  $R_D$ ), причём  $F = R_A + R_B + R_C + R_D$ , положение нейтральной линии в поперечном сечении внецентренно нагруженной колонны не изменяется. На этот результат не влияет, как показывают численные исследования, величина изгибной жёсткости элементов перекрёстно стержневой системы подложки (изгибная жёсткость у элементов перекрёстно-стержневой системы подложки может быть разной). Таким образом, использовать в качестве подложки перекрёстную стержневую систему, опирающуюся на внешний более прочный слой колонны вполне допустимо.

Замечание. Ранее, в работе [4] было отмечено, что «Понятие "ядро сечения" для стержня, внецентренно нагруженного совокупностью  $n$  сосредоточенных сил, действующих параллельно его продольной оси, теряет смысл». Однако, настоящие исследования опровергают данное заключение. Действительно, поскольку действие совокупности сосредоточенных сил, параллельных оси стержня, на внецентренно нагруженную колонну эквивалентно действию их равнодействующей, равной их главному вектору, и приложенной в такой точке приведения, в которой их главный момент равен нулю [5], то построение ядра сечения следует выполнять для равнодействующей совокупности параллельных сосредоточенных сил. Таким образом, построив ядро сечения в поперечном сечении внецентренно нагруженного стержня, следует так загрузить стержень совокупностью

сосредоточенных, параллельных оси стержня, сил, что бы след их равнодействующей, определённой в точке приведения, где их главный момент равен нулю, находился в области ядра сечения. Это обеспечит во всех точках поперечного сечения, внецентренно нагруженного совокупностью сосредоточенных сил стержня, нормальные напряжения одного знака.

### **Выводы.**

1. Представленные в статье результаты могут быть использованы при конструировании внецентренно нагруженного полого упругого стержня, внешний слой которого имеет значительно большую прочность по сравнению с прочностью его внутреннего заполнителя.

2. В качестве подложки для сосредоточенной силы вполне допустимо использовать как балочную конструкция, так и перекрёстную стержневую систему, опирающуюся на внешний более прочный слой колонны.

3. Для обеспечения во всех точках поперечного сечения, внецентренно нагруженного совокупностью  $n$  сосредоточенных сил стержня, нормальных напряжений одного знака, следует так загрузить стержень системой параллельных его оси сил, чтобы след их равнодействующей определённой в точке приведения, где их главный момент равен нулю, находился в области ядра сечения.

### **Библиографический список:**

1. СП 16.13330.2011. «Стальные конструкции». Актуализированная редакция СНиП II-23-81\*, М., 2011 г.
2. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции, М.: 2012 г.
3. СП 15.13330.2012. Каменные и армокаменные конструкции, М.: 2013 г.
4. Бакушев С.В. Сопротивление материалов (справочное руководство). Учебное пособие по направлению подготовки 08.03.01 "Строительство". Пенза, ПГУАС., 2017 г., 104 с.: ил.

5. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч. I. Статика. Кинематика. Учебник для вузов. Изд. 5-е, Испр., М., «Высш. школа», 1977.