

УДК 539.3/.6

РАСЧЁТ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОЙ СТОЙКИ НА ПОПЕРЕЧНУЮ НАГРУЗКУ

Бакушев Сергей Васильевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

доктор технических наук, профессор кафедры «Механика».

Лощинин Никита Александрович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

студент.

Аннотация

В данной работе рассматриваются вопросы расчёта массивных упругих внецентренно нагруженных стоек, подверженных действию поперечных нагрузок. Даны формулы как для определения положения нейтральной линии и построения ядра сечения, так и для определения нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня. На конкретном примере показано, что поперечные нагрузки, действующие на внецентренно-сжатый упругий массивный стержень, приводят к существенному изменению положения нейтральной линии и, следовательно, к изменению опасных точек поперечного сечения стойки. Ядро сечения под действием поперечной нагрузки сдвигается от центра тяжести поперечного сечения стержня и его положение для разных поперечных сечений будет разным. Несущая способность стойки при учёте поперечного воздействия уменьшается. Результаты исследований могут найти применение при расчёте массивных внецентренно сжатых упругих стоек на поперечную нагрузку.

Ключевые слова: упругий стержень, внецентренное сжатие, поперечная нагрузка, нейтральная линия, ядро сечения.

CALCULATION OF AN OFF-CENTERED COMPRESSED RACK FOR A TRANSVERSE LOAD

Bakushev Sergey Vasilevich,

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,
Doctor of Sciences, Professor of the department "Mechanics".*

Loshchinin Nikita Aleksandrovich,

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,
student.*

Abstract

This paper deals with the calculation of massive elastic non-centrally loaded racks subject to the action of transverse loads. Formulas are given both for determining the position of the neutral line and constructing the kernel of the cross-section, and for determining the normal stresses in the cross-sections of the rod. In a specific example, it is shown that the feather loads acting on an extracentric-compressed elastic massive rod lead to a significant change in the position of the neutral line and, consequently, to a change in the dangerous cross-sectional points of the rack. The core of the section under the action of a transverse load shifts from the center of gravity of the cross-section of the rod and its position for different cross-sections will be different. The bearing capacity of the rack decreases when taking into account the transverse impact. The results of the research can be used in the calculation of massive off-centered compressed elastic struts for a transverse load.

Keywords: elastic rod, off-center compression, cross load, neutral line, cross-sectional core.

Введение.

Колонны гражданских и промышленных зданий в основном работают на осевое или внецентренное сжатие. При этом они же воспринимают и горизонтальную ветровую нагрузку, передающуюся на ограждающие конструкции, а также горизонтальную нагрузку от кранового оборудования.

Таким образом колонны гражданских и промышленных зданий, находясь в условиях внецентренного сжатия, воспринимают ещё и поперечную нагрузку.

Обзор научных публикаций последнего десятилетия показывает, что вопросы внецентренного сжатия занимают умы учёных и инженеров лишь в плане исследования несущей способности и напряжённо-деформированного состояния сталетрубобетонных [1] или железобетонных [2] колонн и стоек с учётом нелинейных диаграмм работы материалов [3], а также предварительного напряжения трубобетонных стоек [4]. Интерес вызывают также вопросы расчёта внецентренно-сжатых и сжато-изгибаемых элементов из древесины и полимерных материалов [5].

В данной работе рассматриваются вопросы определения как несущей способности, так и вопросы построения нейтральной линии и ядра сечения внецентренно сжатой упругой массивной стойки, нагруженной дополнительно поперечной нагрузкой.

Теоретические основы расчёта.

Условие прочности внецентренно нагруженного массивного стержня с поперечной нагрузкой (рис. 1) можно записать в следующем виде:

$$\sigma_z^{\max} = \frac{F}{A} + \frac{y}{I_x} \left(Fy_0 \pm P_y z_0^{(Py)} \right) + \frac{x}{I_y} \left(Fx_0 \pm P_x z_0^{(Px)} \right) \leq R_{\sigma} \gamma_d. \quad (1)$$

В формуле (1) обозначено:

знак «+» в круглых скобках – если моменты от продольной силы и поперечной силы складываются, и знак «-» – если моменты от продольной силы и поперечной силы вычитаются;

F – равнодействующая внешних сил, действующая параллельно оси стержня, но не совпадающая с ней;

x_0, y_0 – координаты точки приложения силы F ;

x, y – координаты точки, в которой действует максимальное нормальное напряжение σ_z^{\max} .

P_x – поперечная сосредоточенная сила, действующая в направлении оси OX ;

P_y – поперечная сосредоточенная сила, действующая в направлении оси OY ;

$z_0^{(P_y)}$ – расстояние от силы P_y до опасного сечения стержня;

$z_0^{(P_x)}$ – расстояние от силы P_x до опасного сечения стержня;

A – площадь поперечного сечения;

I_x и I_y – осевые моменты инерции относительно главных центральных осей;

R_σ – расчётное сопротивление материала по нормальным напряжениям;

γ_d – коэффициент условий работы.

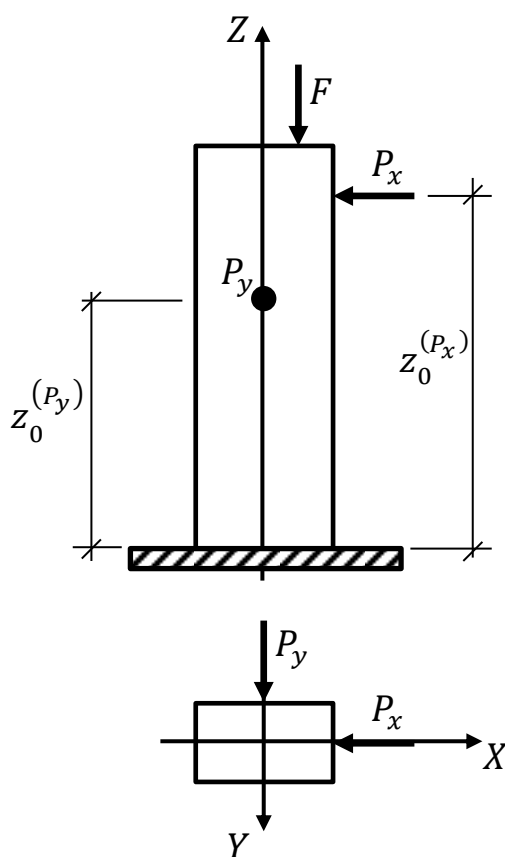


Рисунок 1 – Расчетная схема и поперечное сечение

Уравнение нейтральной линии в опасном сечении стержня приводится к виду:

$$1 + \frac{y\tilde{y}_0}{i_x^2} + \frac{x\tilde{x}_0}{i_y^2} = 0, \quad (2)$$

где

$$\tilde{y}_0 = y_0 \pm \frac{P_y}{F} z_0^{(Py)}; \quad \tilde{x}_0 = x_0 \pm \frac{P_x}{F} z_0^{(Px)}. \quad (3)$$

\tilde{y}_0, \tilde{x}_0 – приведённые координаты точки приложения внецентренно приложенной силы F .

В качестве опасного принимаем сечение, наиболее удалённое от мест приложения поперечных сил, то есть в заделке (рис. 1).

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией в опасном сечении на осях координат, являющихся главными центральными осями инерции сечения, определяются не только геометрией сечения и точкой приложения силы F , но и величиной поперечных сил P_x и P_y и расстояниями от поперечных сил до опасного сечения $z_0^{(Px)}$ и $z_0^{(Py)}$, и равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{\tilde{x}_0}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{\tilde{y}_0}. \quad (4)$$

На основании формул (4) можно построить не только нейтральную линию, но и ядро сечения для приведённых координат \tilde{x}_0 и \tilde{y}_0 , которое будет совпадать с ядром сечения без учёта поперечной нагрузки. Далее, пользуясь формулами (3) можно пересчитать координаты x_0 и y_0 , и затем построить ядро сечения с учётом поперечной нагрузки.

Несущая способность внецентренно нагруженного стержня с поперечной нагрузкой определяется по наиболее нагруженным точкам контура опасного поперечного сечения стержня в сжатой и растянутой зонах, в соответствии с формулой

$$F \leq \frac{R_{\sigma} \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{I_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{I_y} \pm \frac{P_y}{F} \frac{y_{\max}}{I_x} z_0^{(Py)} \pm \frac{P_x}{F} \frac{x_{\max}}{I_y} z_0^{(Px)}}}. \quad (5)$$

Пример расчёта.

Рассмотрим внецентренно сжатую силой F упругую массивную стойку длиной $l = 3$ м и прямоугольным поперечным сечением с размерами $b = 0,4$ м и $h = 0,6$ м. Координаты точки приложения силы F равны: $x_0 = 0,1$ м и $y_0 = 0,15$ м (рис. 1). На стойку действуют две поперечные силы: $P_x = 0,1F$; $P_y = 0,2F$. Сила P_x приложена на расстоянии $z_0^{(Px)} = 3$ м, а сила P_y – на расстоянии $z_0^{(Py)} = 2$ м от нижнего конца стойки.

Квадраты радиусов инерции поперечного сечения стойки равны:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{bh^3}{12bh} = \frac{0,36}{12} = 0,03 \text{ м}^2; \quad i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{b^3h}{12bh} = \frac{0,16}{12} = 0,013 \text{ м}^2.$$

В соответствии со схемой стойки моменты от сил F и P_y складываются, а от сил F и P_x – вычитаются. Следовательно

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0 &= y_0 + \frac{P_y}{F} z_0^{(Py)} = 0,15 + 0,2 \cdot 2 = 0,55 \text{ м}; \\ \tilde{x}_0 &= x_0 - \frac{P_x}{F} z_0^{(Px)} = 0,1 - 0,1 \cdot 3 = -0,2 \text{ м}. \end{aligned}$$

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат, будут равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{\tilde{x}_0} = -\frac{0,013}{-0,2} = 0,065 \text{ м}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{\tilde{y}_0} = -\frac{0,03}{0,55} = -0,054 \text{ м}.$$

На рис. 2 это линия, отмеченная знаком (*).

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат без учёта поперечных сил, будут равны:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_0} = -\frac{0,013}{0,1} = -0,13 \text{ м}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_0} = -\frac{0,03}{0,15} = -0,2 \text{ м}.$$

На рис. 2, а, это линия, отмеченная знаком (**).

На рис. 2, б, построено ядро сечения без учёта поперечных сил (ромб, отрисованный пунктирными линиями) и с учётом поперечных сил (ромб, отрисованный сплошными линиями). Координаты вершин ядра сечения: т.1(0,4; -0,3); т.2(0,467; -0,4); т.3(0,4; -0,5); т.4(0,333; -0,4). Ядро сечения, построенное с учётом поперечных сил, показывает область, где нужно приложить сжимающую силу F для того, чтобы нейтральная линия проходила за пределами контура поперечного сечения стержня, нагруженного поперечными силами. В рассматриваемом примере эта область находится за пределами контура поперечного сечения стержня.

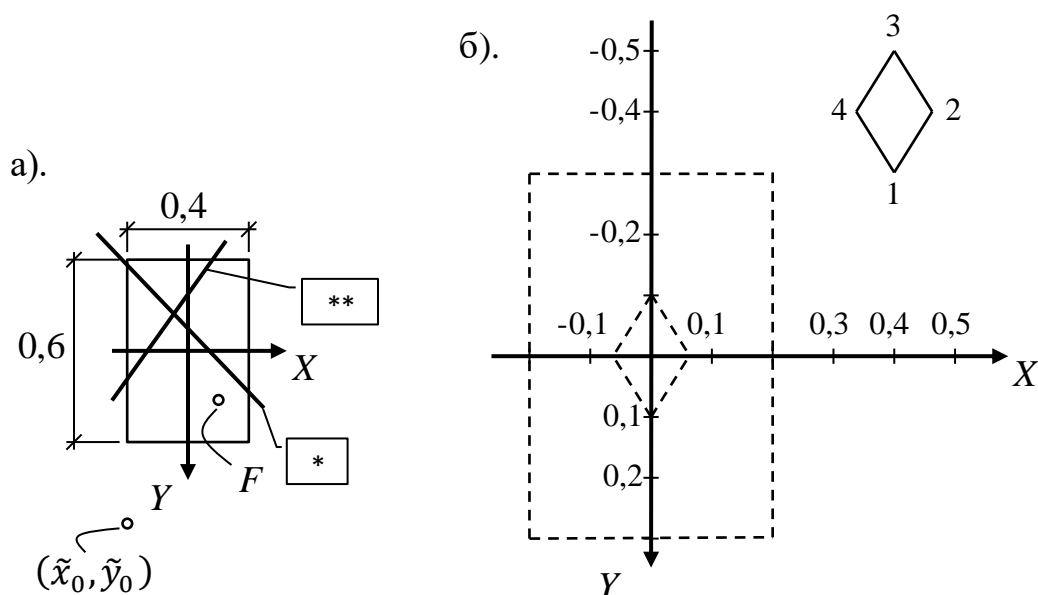


Рисунок 2 – Нейтральные линии и ядро сечения

В соответствии с рис. 2, а, наиболее нагруженными будут угловые точки поперечного сечения, наиболее удалённые от нейтральной линии, отмеченной (*), то есть для сжатой зоны поперечного сечения это будет точка с координатами (-0,2; 0,3); для растянутой зоны поперечного сечения – точка с координатами (0,2; -0,3). Принимая расчётное сопротивление материала стойки на сжатие $R_{\sigma}^{(-)} = 10$ МПа, на растяжение – $R_{\sigma}^{(+)} = 1$ МПа, определяем несущую способность стойки по формуле (5):

$$F^{(-)} \leq \frac{R_{\sigma}^{(-)} \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{I_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{I_y} \pm \frac{P_y}{F} \frac{y_{\max}}{I_x} z_0^{(Py)} \pm \frac{P_x}{F} \frac{x_{\max}}{I_y} z_0^{(Px)}}{-1 \cdot 1} =$$

$$= \frac{1}{2400} + \frac{15 \cdot 30}{720000} + \frac{10 \cdot (-20)}{320000} + 0,2 \frac{30}{720000} 200 - 0,1 \frac{(-20)}{320000} 300 = -252,6 \text{ кН.}$$

$$F^{(+)} \leq \frac{R_{\sigma}^{(+)} \gamma_d}{\frac{1}{A} + \frac{y_0 y_{\max}}{I_x} + \frac{x_0 x_{\max}}{I_y} \pm \frac{P_y}{F} \frac{y_{\max}}{I_x} z_0^{(Py)} \pm \frac{P_x}{F} \frac{x_{\max}}{I_y} z_0^{(Px)}}{0,1 \cdot 1} =$$

$$= \frac{1}{2400} + \frac{15 \cdot (-30)}{720000} + \frac{10 \cdot 20}{320000} + 0,2 \frac{(-30)}{720000} 200 - 0,1 \frac{20}{320000} 300 = -32,0 \text{ кН.}$$

В качестве расчётной принимаем меньшую силу, то есть $F_{\text{расч}} = 32,0 \text{ кН}$.

Без учёта поперечной нагрузки $F^{(-)} = -600 \text{ кН}$; $F^{(+)} = -120 \text{ кН}$.

Выводы.

1. Поперечные нагрузки, действующие на внецентренно-сжатый упругий массивный стержень, приводят к существенному изменению положения нейтральной линии и, следовательно, к изменению опасных точек поперечного сечения стойки.

2. Ядро сечения под действием поперечной нагрузки сдвигается от центра тяжести поперечного сечения стержня и его положение для разных поперечных сечений будет разным.

3. Несущая способность стойки при учёте поперечного воздействия уменьшается.

Результаты исследований могут найти применение при расчёте массивных внецентренно сжатых упругих стоек на поперечную нагрузку.

Библиографический список:

1. Римшин В.И., Семенова М.Н., Шубин И.Л., Кришан А.Л., Астафьева М.А. Исследования несущей способности внецентренно сжатых

сталетрубобетонных колонн // Строительные материалы. 2022. № 6. С. 8-14.
DOI: 10.31659/0585-430X-2022-803-6-8-14.

2. Тарасов А.А. Определение напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых железобетонных стержней с использованием деформационной модели // Строительная механика и конструкции. 2021. № 2 (29). С. 70-79.

3. Ведерникова А.А., Опбул Э.К. Расчет несущей способности внецентренно сжатых трубобетонных элементов с учетом нелинейных диаграмм материалов // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 1 (84). С. 36-45. DOI: 10.23968/1999-5571-2021-18-1-36-45.

4. Горынин Г.Л., Снигирева В.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния внецентренно сжатых предварительно напряженных трубобетонных стоек // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2020. № 11 (743). С. 5-17.
DOI: 10.32683/0536-1052-2020-743-11-5-17.

5. Пятикрестовский К.П. Исследование сопоставительных расчетов внецентренно сжатых и сжато-изгибаемых элементов из древесины (по нормам СНиП II-25-80 и по теории сопротивления материалов) // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2014. № 3 (339). С. 114-124.