

УДК 624.041

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГНУТОГО ТОНКОСТЕННОГО Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ, УСИЛЕННОГО СТРИНГЕРОМ

Волков Владимир Павлович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с отбортовкой, усиленной стрингером, и с полкой, параллельной одной из главных центральных осей сечения, при расчете его на растяжение-сжатие и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

Ключевые слова: гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD REINFORCED STRINGER

Volkov Vladimir Pavlovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".

Abstract

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with rib reinforced stringer, and shelf parallel one

main central axis section, with manufacture for calculation this on tension-stress, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Keywords: buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения (рис.1):

XU – главные центральные оси сечения;

$B \geq 2 \cdot b$ – габаритная ширина срединной линии профиля сечения;

$H = 2 \cdot h$ – габаритная высота срединной линии профиля сечения;

$\delta \ll h, b$ - толщина срединной линии профиля сечения или стенки;

A_{s1} – площадь стрингера у полки;

L – полная длина срединной линии профиля сечения;

r – радиус закругления срединной линии профиля сечения станком или радиус закругления срединной линии полки со стенкой;

R – наибольший радиус закругления срединной линии профиля сечения;

γ - угол между наклонной стенкой профиля и осью X ;

α - угол станка, изготавливающего Z-образный профиль;

$b_h = \frac{b}{h}$ - относительная ширина профиля сечения;

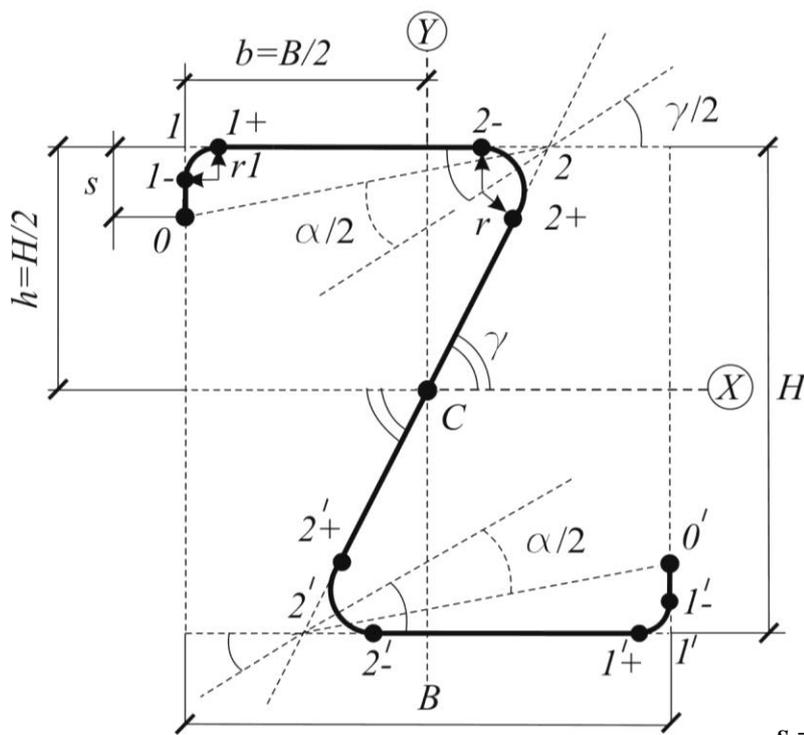
$r_h = \frac{r}{h}$ - относительный радиус закругления профиля сечения;

$s_h = \frac{s}{h}$ – относительная длина отбортовки.

Ранее задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения различных типов гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения (рис.1) с полкой параллельной главной центральной оси X была рассмотрена в работах [1-13], с полкой,

усиленной стрингером [14].

В статье рассматривается задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения гнутого тонкостенного стержня Z - образного сечения толщины δ с полкой, усиленным стержнем (стрингером) площадью A_{s1} и параллельной главной центральной оси X , т.е. определяется относительная ширина сечения b_h , при заданных значениях углов α и γ , когда XY – главные центральные оси сечения. Причём, в зависимости от значения вводимой относительной величины $A_{s1} / (\delta \cdot h)$ определяемая относительная величина b_h может оказаться меньше $(1 / \text{tg } \gamma - r_h / \text{tg } (\gamma / 2) + r_h)$, т.е. на рис.1 будет $b < B / 2$.



Дано:

$$A_{s1} / (\delta \cdot h)$$

$$0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \alpha \leq \gamma$$

$$0 \leq r_h \leq \frac{\cos \gamma}{1 + \cos \gamma}$$

Найти b_h - ?

где

$$s = \left(b + \frac{h}{\text{tg } \gamma} - \frac{r}{\text{tg} \left(\frac{\gamma}{2} \right)} \right) \cdot \text{tg} \left(\frac{\gamma - \alpha}{2} \right).$$

Рисунок 1 – C – центр симметрии

Итак, учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения (рис. 2), причём, центр тяжести, центр изгиба или центр кручения всего сечения совпадают с центром симметрии, т.е. с точкой C.

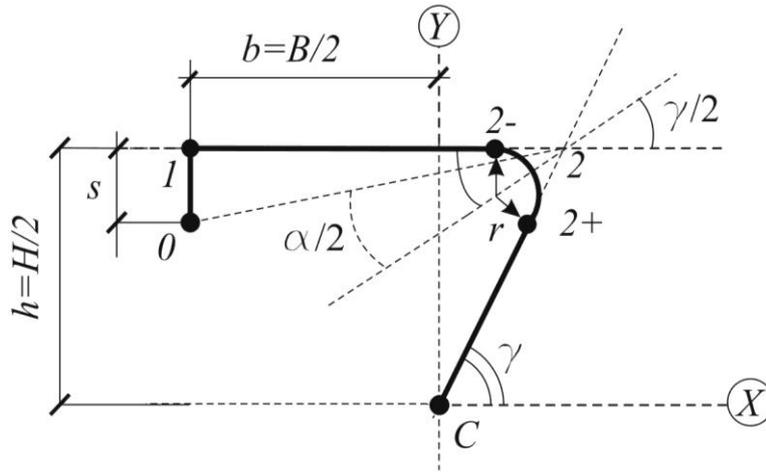


Рисунок 2 - Верхняя половина сечения. С - центр симметрии.

Декартовы координаты x , y характерных точек и длины соответствующих участков l (рис.2):

$$x_{2-} = \frac{h}{\operatorname{tg}\gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}, \quad y_{2-} = h, \quad l_{2-} = \frac{h}{\operatorname{tg}\gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}},$$

$$x_{2+} = x_{2-} + r \cdot \sin \gamma, \quad y_{2+} = h - r - r \cdot \cos \gamma, \quad l_{2+} = \frac{h}{\sin \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}},$$

Центральные оси XU (рис.2) являются главными [15], если центробежный момент инерции сечения будет равен нулю, т.е.

$$I_{XU} = \int_0^{\frac{L}{2}} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0$$

$$\frac{A_{s1}}{\delta} \cdot b \cdot h + s \cdot b \cdot \left(h - \frac{s}{2} \right) + \frac{h \cdot b^2}{2} = \frac{l_{2-} \cdot x_{2-} \cdot y_{2-}}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} +$$

$$+ \int_0^{\pi-\gamma} (x_{2-} + r \cdot \sin \varphi) \cdot (h - r + r \cdot \cos \varphi) \cdot r \cdot d\varphi,$$

$$\frac{A_{s1}}{\delta} \cdot h \cdot b + \frac{A_{s0}}{\delta} \cdot h - s \cdot b + s \cdot b \cdot \left(h - \frac{s}{2} \right) + \frac{h \cdot b^2}{2} = \frac{l_{2-} \cdot x_{2-} \cdot y_{2-}}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} +$$

$$+ r \cdot \left(x_{2-} \cdot \pi - \gamma + r \cdot 1 + \cos \gamma \cdot h - r + \left(x_{2-} + \frac{r \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r \cdot \sin \gamma \right),$$

где, вводя обозначения

$$\theta = \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2}, x_h = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}, \theta x_h = \theta \cdot x_h, \beta = \pi - \gamma,$$

относительное значение $b_h > 0$ найдем из решения квадратного уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h} \cdot 1 \cdot b_h + b_h^3 \cdot \theta^2 + b_h^2 \cdot \theta \cdot \theta \cdot x_h - 1 \cdot 2 - 1 + b_h \cdot \theta \cdot x_h \cdot \theta \cdot x_h - 2 + \\ & + r_h \cdot \left(x_h \cdot \beta + r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot 1 - r_h + \left(x_h + \frac{r_h \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r_h \cdot \sin \gamma \right) + \\ & + x_h^2 + \frac{2}{3} \cdot \left(x_h + \frac{r_h \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot 1 - r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot \left(\frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Декартовы координаты x , y характерных точек и длины соответствующих участков l (рис.2):

$$x_0 = -b, \quad y_0 = h - s, \quad l_{01} = s \Rightarrow \left(b + \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2};$$

$$x_1 = -b, \quad y_1 = h, \quad l_{12-} = b + l_{2-} \Rightarrow b + \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}.$$

Эпюры главных центральных координат $x(s)$ и $y(s)$ на рис.3:

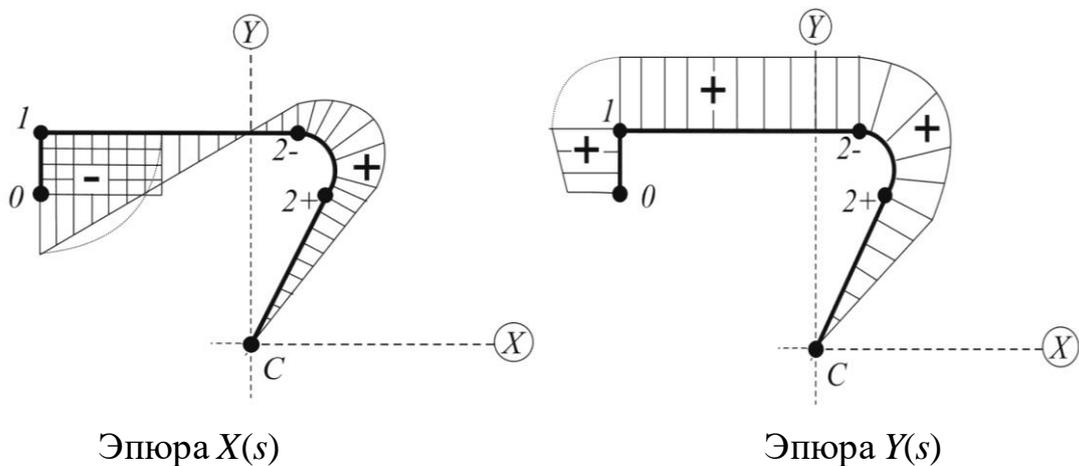


Рисунок 3 - C – центр симметрии

Относительные координаты характерных точек и длин участков:

$$x_{0h} = -b_h, \quad y_{0h} = 1 - s_h, \quad l_{01h} = s_h \Rightarrow \left(b_h + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} \right) \cdot \operatorname{tg}\frac{\gamma - \alpha}{2};$$

$$x_{1h} = -b_h, \quad y_{1h} = 1, \quad l_{12-h} \Rightarrow b_h + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}},$$

$$x_{2+h} = x_h + r_h \cdot \sin \gamma, \quad y_{2+h} = 1 - r_h - r_h \cdot \cos \gamma, \quad l_{2+h} = \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}.$$

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля L/H и площадь сечения A :

$$l_h = \frac{L}{H} = \frac{L/2}{h} \Rightarrow \theta + 1 \cdot b_h + x_h + r_h \cdot \beta + \left(\frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} \right), \quad (2)$$

где $L/2 = s + b + x_{2-} + r \cdot \beta + l_{2+}$, $A = \delta \cdot L + A_{s1}$.

Главные осевые моменты инерции (рис.3) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \int_{L/2} y^2(s) \cdot ds + A_{s0} \cdot h - s^2 + A_{s1} \cdot h^2 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \left(\frac{l_{01}}{3} \cdot y_0^2 + y_1^2 + y_0 \cdot y_1 + l_{12-} \cdot h^2 + \frac{l_{3+}}{3} \cdot y_{2+}^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_0^\beta h - r + r \cdot \cos \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right) + A_{s1} \cdot h^2 \right), \\ I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} &\Rightarrow \frac{l_{01h}}{3} \cdot y_{0h}^2 + y_{1h}^2 + y_{0h} \cdot y_{1h} + l_{12-h} + \frac{l_{2+h}}{3} \cdot y_{2+h}^2 + \\ + r_h \cdot \left[1 - r_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot 1 - r_h \cdot \sin \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta - \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right] &+ \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h} \cdot 1^2, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_Y &= \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \int_{\frac{l}{2}} x^2(s) \cdot ds + A_{s1} \cdot b^2 \right) \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \left(l_{01} \cdot b^2 + \frac{l_{12-}}{3} \cdot x_1^2 + x_{2-}^2 + x_1 \cdot x_{2-} + \frac{l_{3+}}{3} \cdot x_{2+}^2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \int_0^\beta x_{2-} + r \cdot \sin \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right) + A_{s1} \cdot b^2 \right), \\
I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} &\Rightarrow l_{01h} \cdot b_h^2 + \frac{l_{12-h}}{3} \cdot x_{1h}^2 + x_h^2 + x_{1h} \cdot x_h + \frac{l_{3+h}}{3} \cdot x_{2+h}^2 + \\
&+ r_h \cdot \left[x_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot x_h \cdot 1 + \cos \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta + \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right] + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h} \cdot b_h^2. \quad (4)
\end{aligned}$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
W_x &= \frac{I_x}{y_{\max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h}, \\
W_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} &\Rightarrow I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}; \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_y &= \frac{I_y}{x_{\max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b}, \\
W_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} &\Rightarrow \frac{1}{b_h} \cdot I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}. \quad (6)
\end{aligned}$$

Для нахождения главного секториального момента инерции

$I_\omega = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA$ введем секториальные координаты ω (удвоенная площадь сектора между полюсом, начальной и текущей точками на профиле сечения стержня), которые равны для характерных точек где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C .

Значения этих секториальных координат для характерных точек сечения:

$$\omega_C = 0; \quad \omega_{2+} = 0;$$

секториальная координата $\omega(\varphi)$ на закруглении r (рис. 5):

$$\Delta\omega_\varphi = l_{2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\varphi + r^2 \cdot \varphi - \sin\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \beta,$$

$$\omega_{2-} = \omega_{2+} + l_{2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\beta + r^2 \cdot \beta - \sin\beta;$$

$$\omega_1 = \omega_{2-} + h \cdot l_{12-}; \quad \omega_0 = \omega_1 + s \cdot b.$$

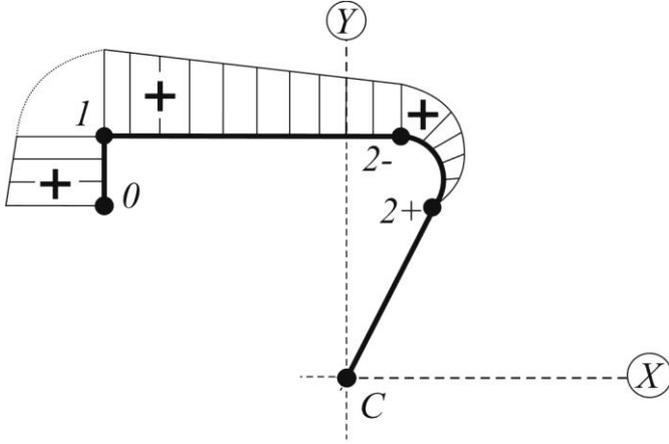


Рисунок 4 – Эпюра $\omega(s)$

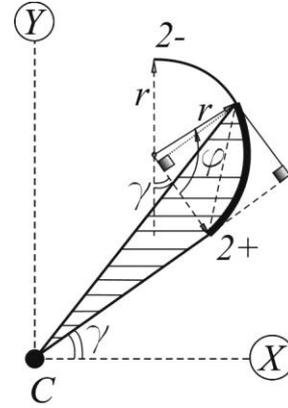


Рисунок 5 – К определению $\Delta\omega(\varphi)$ с полюсом и начальной точкой отсчета в C на участке [2 – 2+].

Относительные секториальные координаты ω/h^2 :

$$\omega_{2-h} = l_{2+h} \cdot r_h \cdot 1 - \cos\beta + r_h^2 \cdot \beta - \sin\beta;$$

$$\omega_{1h} = \omega_{2-h} + l_{12-h}; \quad \omega_{0h} = \omega_{1h} + s_h \cdot b_h.$$

Для нахождения истинной начальной точки M_0 вычислим секториальный статический момент:

$$S = \int_{A/2} \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \int_0^{L/2} \omega \cdot (s) \cdot ds + \omega_1 \cdot A_{s1} + \omega_0 \cdot A_{s0} \right) = 2 \cdot S_0,$$

$$S_C = 0; \quad S_{2+} \Rightarrow S_C + 0 = 0;$$

$$S_{2-} \Rightarrow S_{2+} + \delta \cdot \int_0^\beta \omega_\varphi \cdot r \cdot d\varphi =$$

$$= \delta \cdot r^2 \cdot \left(l_{2+} \cdot \beta - \sin\beta + r \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos\beta \right) \right);$$

$$S_1 = S_{2-} + \delta \cdot \frac{\omega_1 + \omega_{2-}}{2} \cdot l_{12-} + \omega_1 \cdot A_{s1}; \quad S_0 = S_1 + \delta \cdot \frac{\omega_1 + \omega_0}{2} \cdot s. \quad (7)$$

Относительные секториальные статические моменты $S / (\delta \cdot h^3)$:

$$S_{2-h} \Rightarrow \frac{S_{2-}}{\delta \cdot h^3} = r_h^2 \cdot \left(l_{2+h} \cdot \beta - \sin \beta + r_h \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos \beta \right) \right);$$

$$S_{1h} \Rightarrow \frac{S_{2-}}{\delta \cdot h^3} = S_{2-h} + \frac{\omega_{1h} + \omega_{2-h}}{2} \cdot l_{12-h} + \omega_{1h} \cdot \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h};$$

$$S_{0h} \Rightarrow \frac{S_{2-}}{\delta \cdot h^3} = S_{1h} + \frac{\omega_{1h} + \omega_{0h}}{2} \cdot s_h.$$

Тогда $S = \int_A \omega \cdot dA = 2 \cdot S_0 \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot h^3 \cdot S_{0h}$.

Постоянная D , определяющая главную начальную точку отсчета M_0 (рис.6), где s_0 – расстояние от т. (2-) до точки, где $\varpi = 0$:

$$D = \frac{S}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{2 \cdot S_0}{A} = h^2 \cdot \frac{S_{0h}}{l_{0h} + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}}; \quad (8)$$

$$S_0 = \frac{D - \omega_{2-}}{h} \Rightarrow h \cdot \left(\frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} - \omega_{2-h} \right). \quad (9)$$

Главные секториальные координаты $\varpi = \omega - D$ (рис. 6):

$$\varpi_c = \varpi_{2+} \Rightarrow h^2 \cdot \left(-\frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right) = -D; \quad \varpi_{2-} \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right);$$

$$\varpi_1 \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{1h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right); \quad \varpi_0 \Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{0h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right).$$

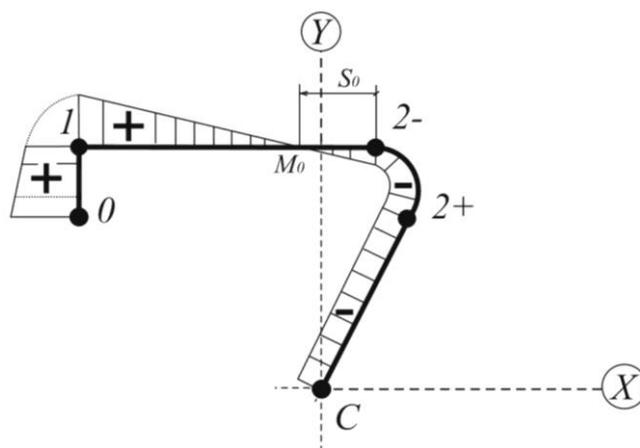


Рисунок 6 - Эпюра главных секториальных координат $\varpi(s)$ с полюсом в C и начальной точкой отсчета в M_0

Относительные главные секториальные координаты ϖ/h^2 :

$$\varpi_{Ch} = \varpi_{2+h} \Rightarrow \left(-\frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right); \quad \varpi_{2-h} = \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right);$$

$$\varpi_{1h} \Rightarrow \left(\omega_{1h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right); \quad \varpi_{0h} \Rightarrow \left(\omega_{0h} - \frac{S_{0h}}{l_h + \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}} \right).$$

Главный секториальный момент инерции определяется по формуле:

$$I_\omega = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \int_0^{l/2} \varpi^2 s \cdot ds + \varpi_1^2 \cdot A_{s1} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \left(\delta \cdot \left(\frac{l_{01}}{3} \cdot \varpi_0^2 + \varpi_1^2 + \varpi_0 \cdot \varpi_1 + \frac{l_{12-}}{3} \cdot \varpi_1^2 + \varpi_{2-}^2 + \varpi_1 \cdot \varpi_{2-} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + l_{2+} \cdot \varpi_{2+}^2 + \int_0^\beta \omega \varphi - D^2 \cdot r \cdot d\varphi \right) + \varpi_1^2 \cdot A_{s1} \right),$$

$$I_\omega \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^5} \Rightarrow \frac{l_{01h}}{3} \cdot \varpi_{0h}^2 + \varpi_{1h}^2 + \varpi_{0h} \cdot \varpi_{1h} + l_{2+h} \cdot \left(-\frac{S_{0h}}{l_h} \right)^2 +$$

$$+ \frac{l_{12-h}}{3} \cdot \varpi_{1h}^2 + \varpi_{2-h}^2 + \varpi_{1h} \cdot \varpi_{2-h} +$$

$$\begin{aligned}
& +r_h^3 \cdot \left(l_{2+h}^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \beta}{2} + \frac{\sin 2\beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta \right) + l_{2+h} \cdot r_h \cdot \beta - \sin \beta^2 + \right. \\
& \left. + r_h^2 \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta - \beta \cdot \cos \beta \right) \right) - \\
& - 2 \cdot S_{2-h} \cdot \frac{S_{0h}}{l_h} + r_h \cdot \beta \cdot \left(\frac{S_{0h}}{l_h} \right)^2 + \varpi_1^2 \cdot \frac{A_{s1}}{\delta \cdot h}.
\end{aligned} \tag{10}$$

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [7]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s) + \frac{B_\omega}{I_\omega} \cdot \varpi(s), \tag{11}$$

где внутренние усилия:

N , M_x , M_y - соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения;

B_ω - бимомент в рассматриваемом поперечном сечении, определяемый из решения дифференциального уравнения для углов закручивания при стесненном кручении тонкостенного стержня открытого профиля.

Библиографический список:

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2.

URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

6. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostonnogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

7. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика

конструкций. 2018. №7. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

8. Волков В.П. Напряженно-деформированное состояние тонкостенного Z-образного стержня переменной толщины без закругления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. №8. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

9. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением и с усиленной отбортовкой с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. №9. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

10. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №10. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

11. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглениями, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №11. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

12. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с ступенчатым закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления.

[Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2021. №12.
URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

13. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня со ступенчатым закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2021. №13. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: [http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no13/stroitel'naya-mechanika /13.4/at_download/file](http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no13/stroitel'naya-mechanika/13.4/at_download/file)

14. Волков В.П. Геометрические характеристики гнутого Z-образного стержня, усиленного стрингером. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2022. №15. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

15. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - М: Высш. шк., 1995. 560 с.; ил.