

УДК 624.041

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГНУТОГО ТОНКОСТЕННОГО Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ, УСИЛЕННОГО СТРИНГЕРОМ

Волков Владимир Павлович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с полкой, усиленной стрингером и параллельной одной из главных центральных осей сечения, при расчете его на растяжение-сжатие и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

Ключевые слова: гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD REINFORCED STRINGER

Volkov Vladimir Pavlovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".

Abstract

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with shelf reinforced stringer, parallel one main

central axis section, with manufacture for calculation this on tension-stress, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Keywords: buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения (рис.1):

XU – главные центральные оси сечения;

$B = 2 \cdot b$ – габаритная ширина срединной линии профиля сечения;

$H = 2 \cdot h$ – габаритная высота срединной линии профиля сечения;

$\delta \ll h, b$ - постоянная толщина срединной линии профиля сечения;

A_s – площадь стрингера;

L – полная длина срединной линии профиля сечения;

r – радиус закругления срединной линии профиля сечения станком или радиус закругления срединной линии полки со стенкой;

r_1 - радиус закругления срединной линии полки с отбортовкой;

R – наибольший радиус закругления срединной линии профиля сечения;

γ - угол между наклонной стенкой профиля и осью X ;

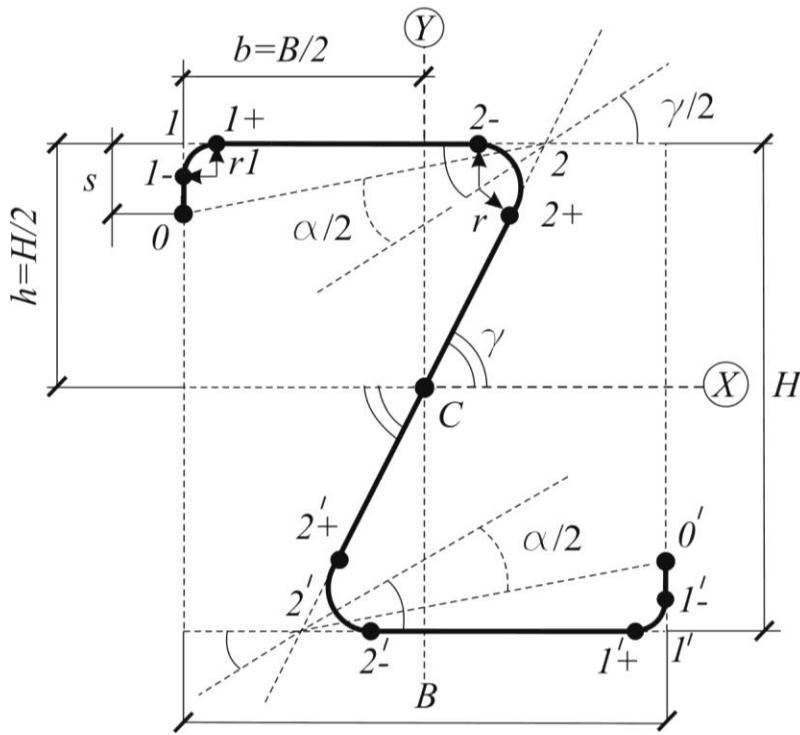
α - угол станка, изготавливающего Z-образный профиль;

$b_h = \frac{b}{h} = \frac{B}{H}$ - относительная ширина профиля сечения;

$r_h = \frac{r}{h}$ - относительный радиус закругления профиля сечения;

Ранее задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения различных типов гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения (рис.1) с полкой параллельной главной центральной оси X была рассмотрена в работах [1-12].

Дано:



где: $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$

$0 < \alpha < \gamma$

$0 \leq r_h \leq \frac{\cos \gamma}{1 + \cos \gamma}$

$0 \leq r_{1h} \leq \frac{\cos \gamma}{1 + \cos \gamma}$

Найти b_h - ?

Рисунок 1 – C – центр симметрии

В статье рассматривается задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения гнутого тонкостенного стержня Z - образного сечения толщины δ с полкой, усиленным стержнем (стрингером) площадью A_s и параллельной главной центральной оси X, т.е. определяется относительная ширина сечения b_h , при заданных значениях углов α и γ , когда XY – главные центральные оси сечения.

Итак, учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения между характерными точками {11, 21, 22, C} (рис.2), причём, центр тяжести, центр изгиба или центр кручения всего сечения совпадают с центром симметрии, т.е. с точкой C (рис.2), при условии, что

$$\frac{A_s}{\delta \cdot h} < \frac{1}{3 \cdot \sin \gamma}.$$

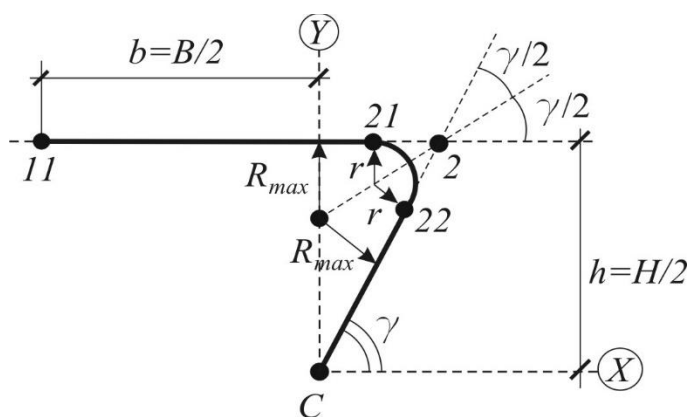


Рисунок 2 - Верхняя половина сечения с закруглением

Декартовы координаты x , y характерных точек и длины соответствующих участков l (рис.2):

$$x_{21} = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}, \quad y_{21} = h, \quad \beta = \pi - \gamma,$$

$$x_{22} = x_{21} + r \cdot \sin \gamma, \quad y_{22} = h - r - r \cdot \cos \gamma, \quad l_{C22} = \frac{h}{\sin \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}},$$

$$x_{11} = -b, \quad y_{11} = h,$$

Центральные оси XY (рис.2) являются главными [14], если

$$I_{XY} = \int_0^{\frac{L}{2}} x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0$$

$$A_y \cdot b \cdot h + \delta \cdot b^2 \cdot \frac{h}{2} =$$

$$= \delta \cdot \frac{x_{21}^2 \cdot y_{21}}{2} + \delta \cdot \frac{l_{C22} \cdot x_{22} \cdot y_{22}}{3} + \delta \cdot \int_0^{\beta} (x_{21} + r \cdot \sin \varphi) \cdot (h - r + r \cdot \cos \varphi) \cdot r \cdot d\varphi,$$

$$A_y \cdot b \cdot h + \delta \cdot b^2 \cdot \frac{h}{2} =$$

$$= \delta \cdot \frac{x_{21}^2 \cdot y_{21}}{2} + \frac{l_{C22} \cdot x_{22} \cdot y_{22}}{3} + \\ + \delta \cdot r \cdot \left(x_{21} \cdot h - r \cdot \beta + x_{21} \cdot r \cdot \sin \beta + r \cdot h - r \cdot 1 - \cos \beta + r^2 \frac{\sin^2 \beta}{2} \right),$$

где, вводя обозначения

$$\theta = \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2}, x_h = \frac{x_{21}}{h} = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}, \theta x_h = \theta \cdot x_h, \\ x_{22h} = \frac{x_{22}}{h} = x_h + r_h \cdot \sin \gamma; y_{22h} = \frac{y_{22}}{h} = 1 - r_h \cdot 1 + \cos \gamma; \\ l_{C22h} = \frac{l_{C22}}{h} = \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}; A_{s\delta h} = \frac{A_s}{\delta \cdot h};$$

относительное значение $b_h > 0$ найдем из решения квадратного уравнения:

$$b_h^2 \cdot + b_h \cdot 2 \cdot A_{s\delta h} - x_h^2 - 2 \cdot \frac{l_{C22h} \cdot x_{C22h} \cdot y_{C22h}}{3} - \\ - r_h \cdot \left(x_h \cdot \beta + r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot 1 - r_h + \left(x_h + \frac{r_h \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r_h \cdot \sin \gamma \right) = 0 \quad (1)$$

Относительные координаты характерных точек и длин участков:

$$x_{11} = \frac{x_{11}}{h} = -b_h, \\ l_{1121h} = \frac{l_{1121}}{h} = x_h + b_h$$

Статические моменты отсеченной части относительно оси x :

$$S_x^{\text{отс}} = \int_{A^{\text{отс}}} y \cdot dA = \delta \cdot \int_{L^{\text{отс}}} y \cdot s \cdot ds = \delta \cdot S_{x,i}^{\text{отс}} = \delta \cdot h^2 \cdot S_{x,Ch}^{\text{отс}}.$$

и их относительные значения $S_{x,ih}^{\text{отс}} = \frac{S_{x,i}^{\text{отс}}}{h^2}$ для характерных точек (рис.3):

$$S_{x,0h}^{\text{отс}} = 0;$$

$$S_{x,1h}^{\text{отс}} = 0 + A_{\delta h} \cdot 1;$$

$$S_{x,2-h}^{\text{отс}} = S_{x,1h}^{\text{отс}} + 1 \cdot l_{1121h};$$

$$S_{x,2+h}^{\text{отс}} = S_{x,2-h}^{\text{отс}} + (1 - r_h \cdot r_h \cdot \beta + r_h^2 \cdot \sin \beta);$$

$$S_{x,Ch}^{\text{отс}} = S_{x,2+h}^{\text{отс}} + l_{C22h} \cdot \frac{y_{22h}}{2}.$$

Эпюры главных центральных координат $x(s)$ и $y(s)$ на рис.3:

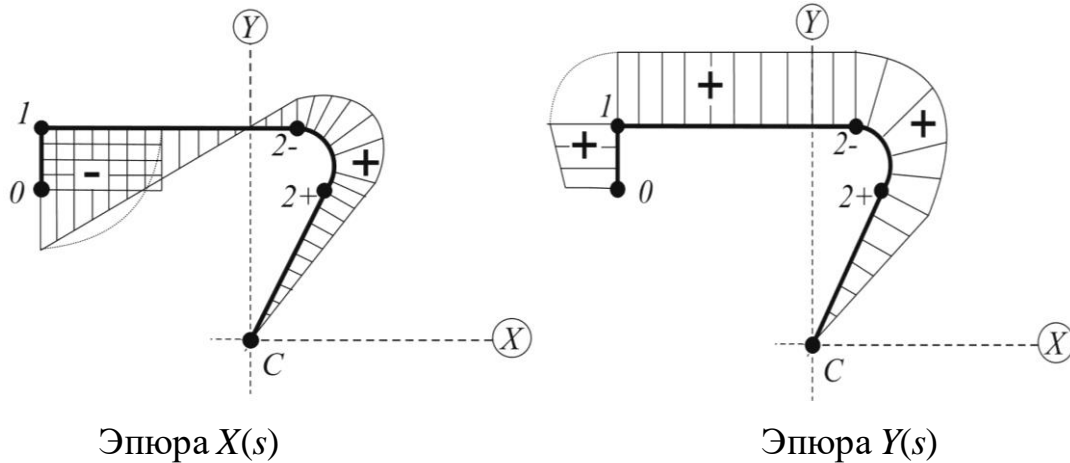


Рисунок 3 - C – центр симметрии

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля L/H :

$$l_h = \frac{L/2}{h} \Rightarrow b_h + x_h + r_h \cdot \beta + l_{C22h}, \quad (2)$$

где $L/2 = x_{21} + r \cdot \beta + l_{C22}$.

Относительная площадь гнутого Z-образного профиля $A/(\delta \cdot H)$:

$$A_{\delta h} = \frac{A}{\delta \cdot H} \Rightarrow A_{\delta h} + l_{1121h} + r_h \cdot \beta + l_{C22h}, \quad (3)$$

где $A = 2 \cdot A_s + \delta \cdot (b + x_{21} + r \cdot \beta + l_{C22})$.

Главные осевые моменты инерции (рис.3) определяются по формулам:

$$I_x = \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{L/2} \delta(s) \cdot y^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left(l_{1121} \cdot h^2 + \frac{l_{C22}}{3} \cdot y_{22}^2 + \int_0^\beta h - r + r \cdot \cos \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right)$$

$$I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} \Rightarrow l_{1121h} + \frac{l_{C22h}}{3} \cdot y_{22h}^2 +$$

$$+ \delta_{r\delta} \cdot r_h \cdot \left[1 - r_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot 1 - r_h \cdot \sin \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta - \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right] \quad (4)$$

$$I_Y = \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{l/2} \delta(s) \cdot x^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left(\frac{l_{1121}}{3} \cdot x_{11}^2 + x_{21}^2 + x_{11} \cdot x_{21} + \frac{l_{C22}}{3} \cdot x_{22}^2 + \int_0^\beta x_{2-} + r \cdot \sin \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right),$$

$$I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \frac{l_{1121h}}{3} \cdot x_{11h}^2 + x_h^2 + x_{11h} \cdot x_h + \frac{l_{C22h}}{3} \cdot x_{22h}^2 +$$

$$+ r_h \cdot \left[x_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot x_h \cdot 1 + \cos \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta + \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right]. \quad (5)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h},$$

$$W_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}; \quad (6)$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b},$$

$$W_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \frac{1}{b_h} \cdot I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}. \quad (7)$$

Для нахождения главного секториального момента инерции

$I_\omega = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA$ введем секториальные координаты ω (удвоенная площадь сектора, где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C), которые равны для характерных точек:

$$\omega_C = 0; \quad \omega_{2+} = 0;$$

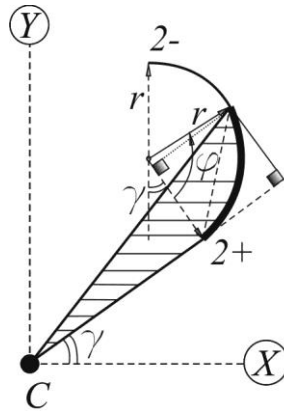


Рисунок 4 - Секториальная координата $\omega(\varphi)$ на закруглении r

$$\Delta\omega \varphi = l_{C2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\varphi + r^2 \cdot \varphi - \sin\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \beta,$$

$$\omega_{2-} = \omega_{2+} + l_{C2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\beta + r^2 \cdot \beta - \sin\beta;$$

$$\omega_1 = \omega_{2-} + h \cdot l_{1121};$$

Эпюра секториальных координат ω_C с полюсом и начальной точкой отсчета в C изображена на рис.5.

Относительные секториальные координаты ω/h^2 характерных точек:

$$\omega_{Ch} = 0; \quad \omega_{2+h} = 0;$$

$$\omega_{2-h} = l_{C2+h} \cdot r_h \cdot 1 - \cos\beta + r_h^2 \cdot \beta - \sin\beta; \quad \omega_{1h} = \omega_{2-h} + l_{1121h};$$

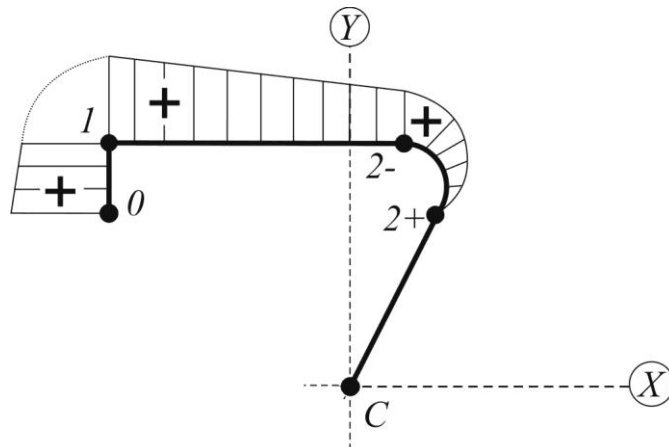


Рисунок 5 – Эпюра ω_C с полюсом и начальной точкой отсчета в C

Для нахождения истинной начальной точки M_0 вычислим секториальный статический момент половины сечения:

$$S = \int_{A/2} \omega \cdot dA \Rightarrow \delta \cdot \int_{L/2} \omega(s) \cdot ds \Rightarrow \delta \cdot S_C^{\text{отс}} = \delta \cdot h^3 \cdot S_{Ch}^{\text{отс}},$$

его значение определим, суммируя отдельные участки, причём при отсчете от точки 0 эти относительные величины для характерных точек будут равны

$$\begin{aligned} S_{0h}^{\text{отс}} &= 0; \\ S_{1h}^{\text{отс}} &= S_{0h}^{\text{отс}} + \omega_{1h} \cdot A_{\delta h}; \\ S_{2-h}^{\text{отс}} &= S_{1h}^{\text{отс}} + \frac{\omega_{1h} + \omega_{2-h}}{2} \cdot l_{1121h}; \\ S_{2+h}^{\text{отс}} &= S_{2-h}^{\text{отс}} + \frac{1}{h^3} \int_0^\beta \omega_{2+} + \Delta\omega \varphi \cdot r \cdot d\varphi \Rightarrow \\ &\Rightarrow S_{2-h}^{\text{отс}} + r_h^2 \cdot \left(l_{2+h} \cdot \beta - \sin\beta + r_h \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos\beta \right) \right); \\ S_{Ch}^{\text{отс}} &= S_{2+h}^{\text{отс}} + 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда постоянная D , определяющая истинную начальную точку отсчета M_0 , и s_0 – расстояние от т. (2-) до точки M_0 , где $\varpi = 0$:

$$D = \frac{S}{\int_{A/2} dA} \Rightarrow \frac{S_0}{A/2} = \frac{\delta \cdot h^3 \cdot S_{Ch}^{\text{отс}}}{\delta \cdot h \cdot A_{\delta h}}, \quad \frac{D}{h^2} = \frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{A_{\delta h}} \quad (9)$$

$$S_0 = \frac{D - \omega_{2-}}{h} \Rightarrow h \cdot \left(\frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{A_{\delta h}} - \omega_{2-h} \right), \quad \frac{S_0}{h} = \frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{A_{\delta h}} - \omega_{2-h} \quad (10)$$

Главные секториальные координаты $\varpi = \omega - D$ характерных точек (рис. б):

$$\begin{aligned} \varpi_C = \varpi_{2+} &\Rightarrow h^2 \cdot \left(0 - \frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{l_h} \right); & \varpi_{2-} &\Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{l_h} \right); \\ \varpi_1 &\Rightarrow h^2 \cdot \left(\omega_{1h} - \frac{S_{Ch}^{\text{отс}}}{l_h} \right). \end{aligned}$$

Относительные главные секториальные координаты ϖ/h^2 характерных точек:

$$\varpi_{Ch} = \varpi_{2+h} \Rightarrow \left(0 - \frac{S_{Ch}^{отс}}{l_h} \right); \quad \varpi_{2-h} = \left(\omega_{2-h} - \frac{S_{Ch}^{отс}}{l_h} \right);$$

$$\varpi_{1h} \Rightarrow \left(\omega_{1h} - \frac{S_{Ch}^{отс}}{l_h} \right).$$

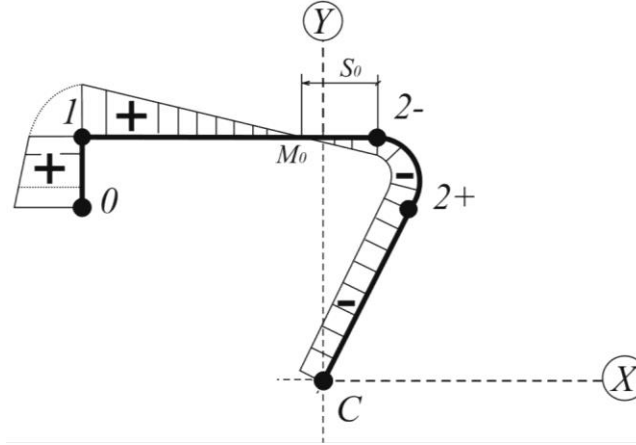


Рисунок 6 - Эшора главных $\varpi(s)$ с полюсом в C и начальной точкой отсчета в M_0

Главный секториальный момент инерции определяется по формуле:

$$I_\omega = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \left(\varpi_1^2 \cdot A_s + \delta \int_{\frac{L}{2}} \varpi^2 s \cdot ds \right) \Rightarrow 2 \cdot \varpi_1^2 \cdot A + 2 \cdot \delta$$

$$\left\{ \frac{l_{1121}}{3} \cdot \varpi_1^2 + \varpi_{2-}^2 + \varpi_1 \cdot \varpi_{2-} + l_{C22} \cdot \varpi_{2+}^2 + \delta_{r\delta} \cdot \int_0^\beta \Delta\omega \varphi - D^2 \cdot r \cdot d\varphi \right\},$$

$$I_\omega \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^5} \Rightarrow \frac{l_{1121h}}{3} \cdot \varpi_{1h}^2 + \varpi_{2-h}^2 + \varpi_{1h} \cdot \varpi_{2-h} \cdot \delta_{n\delta} + l_{C22h} \cdot \varpi_{2+h}^2 + I_{\omega r1}, \quad (11)$$

где

$$\frac{I_{\omega r}}{\delta_{r\delta}} = r_h^3 \cdot \left(l_{C2+h}^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot \beta}{2} + \frac{\sin 2 \cdot \beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta \right) + l_{C22h} \cdot r_h \cdot \beta - \sin \beta^2 + \right.$$

$$\left. + r_h^2 \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2 \cdot \beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta - \beta \cdot \cos \beta \right) \right) -$$

$$- 2 \cdot r_h^2 \cdot \left(l_{22h} \cdot \beta - \sin \beta + r_h \cdot \left(\frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos \beta \right) \right) \cdot \frac{S_{Ch}^{отс}}{l_h} + r_h \cdot \beta \cdot \left(\frac{S_{Ch}^{отс}}{l_h} \right)^2,$$

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [7]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s) + \frac{B_\omega}{I_\omega} \cdot \varpi(s), \quad (12)$$

где внутренние усилия:

N , M_x , M_y - соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения;

B_ω - бимомент в рассматриваемом поперечном сечении, определяемый из решения дифференциального уравнения для углов закручивания при стесненном кручении тонкостенного стержня открытого профиля.

Библиографический список:

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostenno-go-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostenno-go-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostenno-go-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file .

6. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

7. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2018. №7. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

8. Волков В.П. Напряженно-деформированное состояние тонкостенного Z-образного стержня переменной толщины без закругления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. №8. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

9. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением и с усиленной отбортовкой с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. №9. URL:http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnaya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

10. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №10. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnaya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

11. Волков В.П. Геометрические характеристики Z-образного стержня с закруглениями, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №11. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnaya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

12. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с ступенчатым закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2021. №12. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnaya-mechanika/opredelenie-geometriceskikh-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file

13. Волков В.П. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня со ступенчатым закруглением, с усиленной отбортовкой и с усиленной полкой, с учетом изготовления [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2021. №13. Систем.

требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no13/stroitel'naya-mehanika /13.4/at_download/file

14. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - М: Высш. шк., 1995. 560 с.; ил.