

УДК 624.04

**МЕТОД НАИБОЛЬШЕГО ВЛИЯНИЯ ДЛЯ ВЫХОДА НА  
ГИПЕРПОВЕРХНОСТЬ ДОПУСТИМЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ  
ОПТИМИЗАЦИИ АРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТА**

***Шеин Александр Иванович,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».*

***Азимова Яна Александровна,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*аспирант.*

***Городнов Игорь Игоревич,***

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.  
Пенза,*

*аспирант.*

**Аннотация**

Предложен метод решения оптимизационных задач армирования композита с учетом ограничений по деформациям – метод наибольшего влияния. Метод позволяет осуществить направленный выход на гиперповерхность области допустимых деформаций или на выполнение ограничений по деформациям конечных элементов. Приводится алгоритма реализации поиска параметров армирования.

**Ключевые слова:** оптимизация, армирование композита, ограничения по деформациям, метод наибольшего влияния.

# THE METHOD OF GREATEST INFLUENCE FOR REACHING THE HYPER SURFACE OF PERMISSIBLE DEFORMATIONS WHEN OPTIMIZING COMPOSITE REINFORCEMENT

*Shein Alexander Ivanovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor, Head of the department "Mechanics".*

*Asimova Yana Aleksandrovna,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*post-graduate student.*

*Gorodnov Igor Igorevich*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*post-graduate student.*

## **Abstract**

A method is proposed for solving optimization problems of composite reinforcement, taking into account the limitations on deformations – the method of greatest influence. The method allows for a directed exit to the hypersurface of the area of permissible deformations or to fulfill restrictions on deformations of finite elements. An algorithm for implementing the search for reinforcement parameters is given.

**Keywords:** optimization, composite reinforcement, deformation constraints, the method of greatest influence.

Железобетонные конструкции армируются стержневой стальной арматурой, а фибробетонные – с равномерно распределенной по объему данных элементов фиброй. Несущие системы с комбинированным армированием композита имеют зоны, армированные стальными фибрами в сочетании со стержневой или проволочной арматурой (как в железобетоне). В ряде случаев более долговечную эксплуатацию армированной бетонной конструкции обеспечивает применение нестального армирования. При этом используются

пластиковые волокна или стержни, (базальтоволокно и стекловолокно) или полипропиленовые волокна, микросинтетические волокна.

В работах [1-6] приводятся постановка и расчеты оптимизационных задач для композитов. В данной работе разработан алгоритм направленного выхода на гиперповерхность области допустимых деформаций.

Технология решения оптимизационной задачи армирования композита, вообще говоря, не связана с видом материала армирования. Здесь можно выделить три направления оптимизационных задач:

- оптимизация стержневой арматуры;
- оптимизация фиброармирования;
- оптимизация комбинированного армирования.

Задача оптимизации арматуры композита из условия ограничений по перемещениям имеет вид:

$$\min \sum A_j l_j$$

при  $K(A_j)U=P$ ,

(1)

$$|U_{\max}| \geq |U| \geq |U_{\min}|.$$

Здесь  $A_j$  - искомые площади поперечных сечений элементов арматурного каркаса;

$l_j$  - длины этих арматурных стержней;

$K(A_j)$  - матрица жесткости железобетона, зависящая от искомым параметров арматуры;

$|U|$  – неизвестный вектор узловых перемещений композита;

$|U_{\max}|$  - вектор максимальных перемещений, подсчитанный при заданном минимальном армировании композита;

$|U_{\min}|$  - вектор минимальных перемещений, подсчитанный при заданном максимальном армировании композита;

$P$  - заданный вектор узловых нагрузок.

Задача оптимизации армирования фиброармированного композита из условия ограничения на перемещения имеет вид:

$$\min \sum \sum \mu_{si} V_i$$

при  $K(\mu_{si})U=P$ , (2)

$$|U_{\max}| \geq |U| \geq |U_{\min}|.$$

Здесь,  $\mu_{si}$  – искомые доли фиброармирования  $s$  групп конечных элементов  $i$ ;

$V_i$  – объемы этих групп конечных элементов;

$K(\mu_{si})$  – матрица жесткости фибробетона, зависящая от искомым параметров армирования.

Задача оптимизации комбинированного армирования композита из условия ограничения на перемещения имеет вид:

$$\min \sum \sum \mu_{si} V_i + \sum A_j l_j$$

при  $K(\mu_{si}, A_j)U=P$ , (3)

$$|U_{\max}| \geq |U| \geq |U_{\min}|.$$

$K(\mu_{si}, A_j)$  – матрица жесткости армированного бетона, зависящая от искомым параметров стержневого и фиброармирования.

Поскольку задача (3) является наиболее общей постановкой задачи оптимизации композита, т.е. содержит (1) при  $\mu_{si} = 0$ , или (2) при  $A_j = 0$ , то в дальнейшем будем оперировать этой постановкой.

Решения задач (1) - (3) позволяют найти параметры армирования композита, но не гарантируют прочность и трещиностойкость армируемой конструкции. Прямое введение ограничений на деформации матрицы композита вида

$$\left[ \varepsilon^+ \right] \geq \varepsilon^+, \quad \left[ \varepsilon^- \right] \leq \varepsilon^- \quad (4)$$

позволяет обеспечить прочность и трещиностойкость, но практически нереализуемо из-за чрезвычайной сложности символьного представления главных деформаций в зависимости от узловых перемещений конечных элементов.

Построим алгоритм выхода на гиперповерхность области допустимых деформаций или прохождения внутрь ее, который будем задействовать и

реализовывать после решения задач (1) – (3). Пусть  $n_j$  – количество элементов, со стержневой арматурой  $A_j$ ,  $n_i$  – количество элементов, с долей фиброармирования  $\mu_i$ , а  $\delta$  – весовая добавка массы армирования группы элементов  $M_i$  или  $M_j$ , составляющая малую часть полученной из решения (1)-(3) массы арматуры:

$$\delta \approx 0.01 M_i. \quad (5)$$

Доля увеличения фибры или площади арматуры в отдельном конечном элементе составит

$$\Delta\mu_i = \delta / (n_i \rho), \quad (6)$$

или

$$\Delta A_j = \delta / (l n_j \rho), \quad (6')$$

где  $\rho$  - плотность материала арматуры.

Метод наибольшего влияния, метод направленного выхода на гиперповерхность области допустимых деформаций или на выполнение ограничений (4), заключается в реализации следующего алгоритма:

1. Решаем задачу (3). Определяем  $\mu_{si}$ ,  $A_j$  и вектор перемещений  $U$ .
2. Вычисляем главные деформации КЭ  $e_k^o$ ,  $k = 1, 2 \dots N$ , где  $N$  - количество КЭ. Делаем проверку выполнения соотношений (4). При выполнении соотношений – оптимальное решение найдено. При нарушении ограничений вводим в расчет присвоения

$$\mu_i = \mu_i + \Delta\mu_i \quad (7)$$

$$A_j = A_j + \Delta A_j \quad (7')$$

3. Для каждого нового значения  $\mu_i$  или  $A_j$  решаем уравнение МКЭ относительно перемещений:

$$K(\mu_{si}, A_j)U = K^{-1}(\mu_{si}, A_j)P, \quad (8)$$

4. Вычисляем главные деформации КЭ  $e_k$ ,  $k = 1, 2 \dots N$ . Делаем проверку выполнения соотношений (4). При выполнении соотношений – оптимальное решение найдено. При нарушении ограничений подсчитываем сумму квадратов приращений

$$\sum (|e_{k,i}| - |e_{k,j}|)^2. \quad (9)$$

5. Определяем  $i$  (или  $j$ ), дающее максимальную сумму (9).

6. Для найденного  $i$  (или  $j$ )

$$\mu_i = \mu_i + \Delta\mu_i \quad (10)$$

$$A_j = A_j + \Delta A_j \quad (10')$$

Переходим к пункту (3).

Таким образом, на каждом цикле алгоритма выбирается то приращение параметров армирования, которое обеспечивает наибольшее влияние на уменьшение величин главных деформаций КЭ.

**Вывод.** Предложен метод решения оптимизационных задач армирования композита с учетом ограничений по деформациям, позволяющий осуществить направленный выход на гиперповерхность области допустимых деформаций или на выполнение ограничений по деформациям конечных элементов.

### **Библиографический список:**

1. Шеин А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Наукоеведение. 2017. №2. Том 9. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf> (доступ свободный).

2. Шеин А.И. Азимова Я.А. Оптимизация массы фибры фибробетонных конструкций [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №11. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no11-mai-2020/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/11.9/view>

3. Шеин А.И., Азимова Я.А. Оптимизация арматуры железобетонных конструкций в условиях плоского напряженного состояния [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. № 9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no-9-aprel-2019/stroitelnaya-mehanika/9.5/view>

4. Шейн А.И., Земцова О.Г., Азимова Я.А. Расчёт и оптимизация арматуры композитных систем методом конечных элементов [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: [http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.2/at\\_download/file](http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.2/at_download/file)

5. Городнов И.И., Шейн А.И., Монахов В.А. Обзор работ по оптимальному и рациональному конструированию композитных балочных систем // Региональная архитектура и строительство. №3 (45), 2021, С. 109-121.

6. Shein A., Zemtsova O. Method of limited deformations for the calculation of parameters of reinforced concrete structures sections // Ponte. Apr. 2017. Volume 73. Issue 4.