УДК 624.04

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ АКТИВНОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТОНКОЙ ПЛИТЫ В ОБЕСПЕЧЕНИИ ЖЕСТКОСТИ ВСЕЙ СИСТЕМЫ В СРЕДЕ «MATLAB»

Шеин Александр Иванович,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».

Зайцев Михаил Борисович,

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза,

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

В статье представлена методика определения коэффициентов активности отдельных конечных элементов тонкой плиты в обеспечении жесткости всей системы. Задача решалась в среде «MATLAB». Численные значения коэффициентов активности, позволяют оценить влияние жесткости отдельного элемента на отклик системы в целом.

Ключевые слова: тонкая плита, конечный элемент, жесткость системы, операторы «MATLAB», перемещения узлов, коэффициент активности.

DETERMINATION OF THE ACTIVITY COEFFICIENTS OF INDIVIDUAL FINITE ELEMENTS OF A THIN PLATE IN ENSURING THE RIGIDITY OF THE ENTIRE SYSTEM IN THE "MATLAB" ENVIRONMENT

Shein Alexander Ivanovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor, Head of the department “Mechanics”.

Zaytsev Mihail Borisovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.

Abstract

The article presents a method for determining the activity coefficients of individual finite elements of a thin plate in ensuring the rigidity of the entire system in the "MATLAB" environment. The numerical values of the activity coefficients allow us to assess the effect of the rigidity of an individual element on the response of the system as a whole.

Keywords: thin plate, finite element, system rigidity, MATLAB operators, node movements, activity coefficient

Композитные материалы часто используются в авиастроении, судостроении, строительстве [1]. При этом практически во всех отраслях промышленности композиты постепенно завоевывают популярность, а в ряде областей уже занимают лидирующие позиции.

Для вновь строящихся сооружений промышленного и гражданского строительства в настоящее время очень часто используются несущие и ограждающие конструкции из композитных материалов (железобетон, фибробетон и т.д.).

Обычно такие материалы состоят из нескольких компонентов. Основа композитных материалов - связующий материал (матрица) [2]. Армирующий материал (стальная или углепластиковая арматура, фибра, и т.п.) обеспечивает прочность в заданных направлениях.

Процесс оптимизации таких механических систем обычно связан с задачами формообразования, выбора марок и классов материалов, параметров армирования, размеров сечений стержней, толщин плит.

Эффективная работа систем из композита сильно зависит от мест расположения армирующего материала. Поэтому очень важное значение приобретает математически обоснованное, подтвержденное расчетом распределение составляющих композита [3-4].

Первый этап задачи оптимизации композитного материала - на основе предварительного расчета однородной конструкции выявить конечные элементы композита, армирование или увеличение жесткости которых приведет к наиболее эффективному результату для снижения деформативности или увеличения прочности.

В данной статье предлагается методика качественной оценки влияния каждого конечного элемента тонкой плиты в обеспечении жесткости всего ансамбля конечных элементов на основе определения его коэффициента активности.

Рассмотрим плиту толщиной $t = 150$ мм, модуль упругости которой $E = 30$ МПа, коэффициент Пуассона $V = 0.2$, разбитую на конечные элементы (сетка 8x3) и нагруженную вертикальной узловой нагрузкой (рис.1).

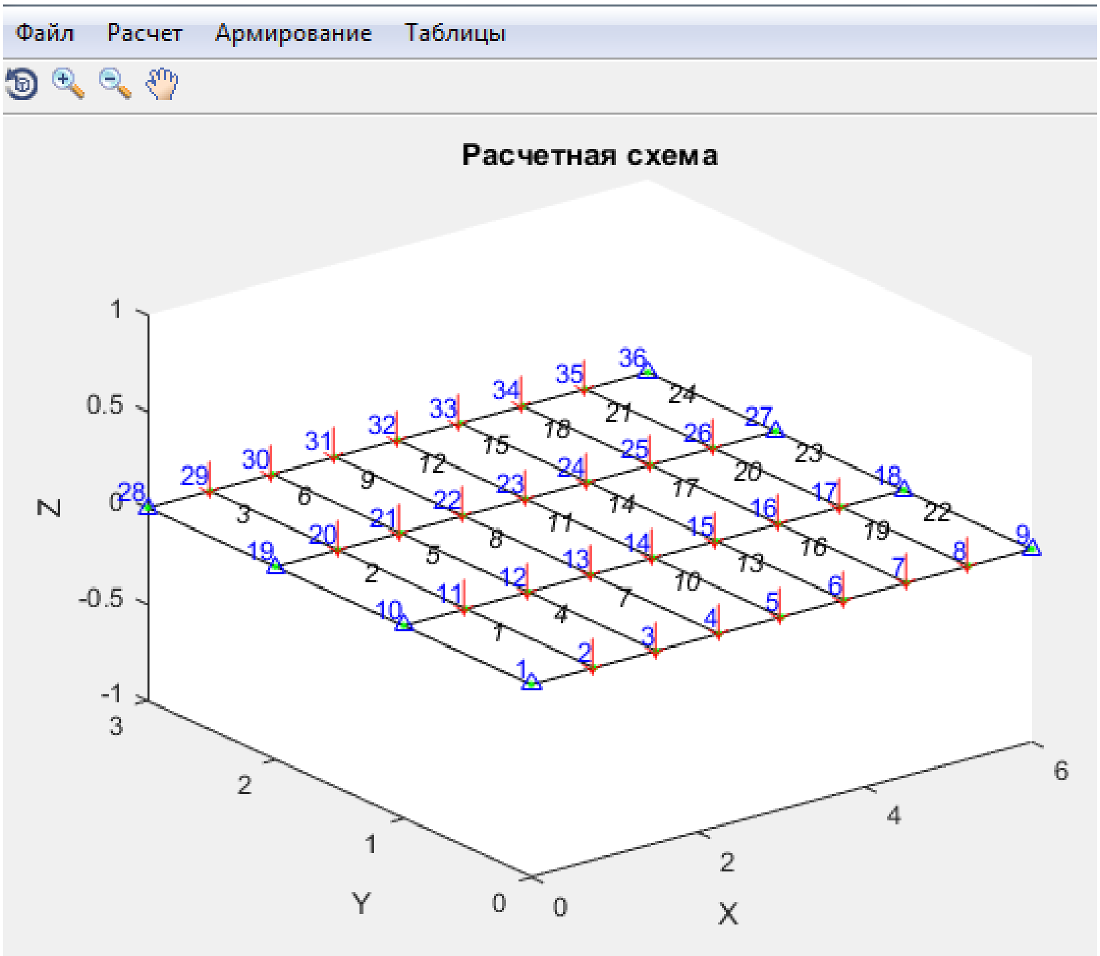

Рисунок 1 – Расчетная схема плиты в ПВК среды «MATLAB»

Перемещения узлов конечно-элементной сетки, определенные в программно-вычислительном комплексе (ПВК), созданном авторами в среде «MATLAB» представлены на рис.2.

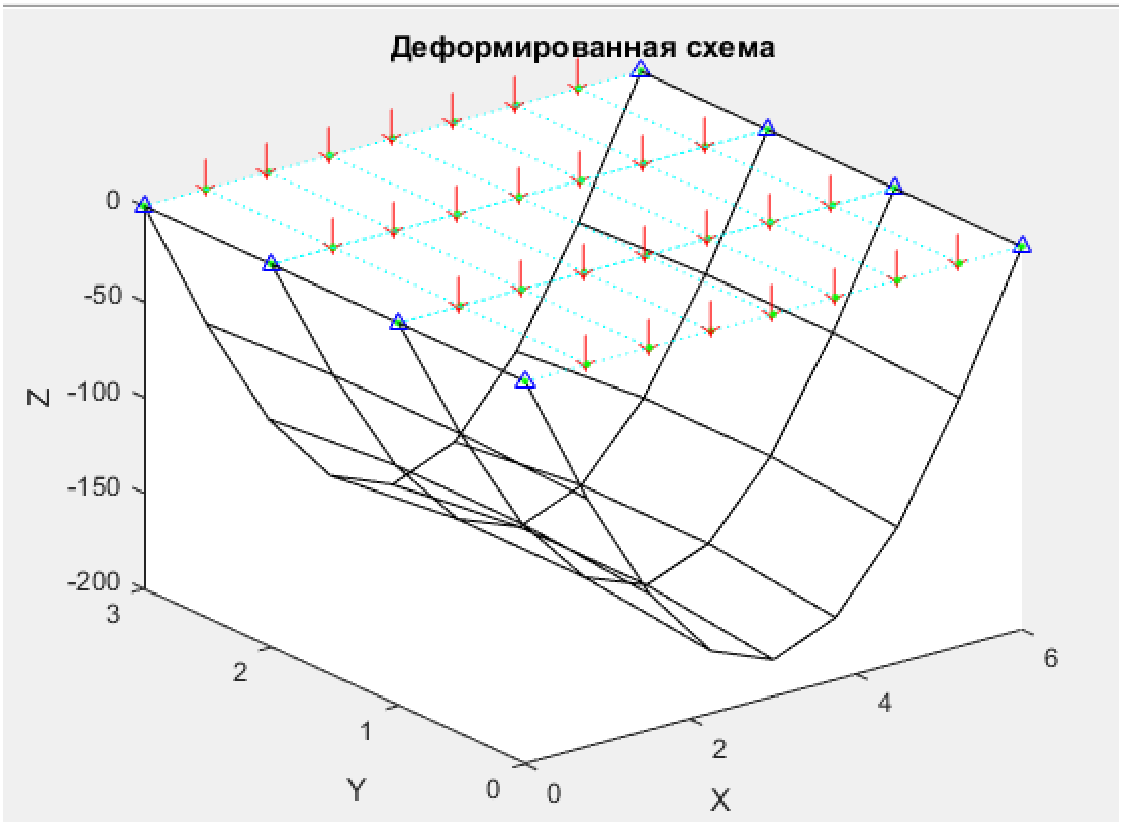

Рисунок 2 – Схема деформаций плиты

Данные перемещения (прогибы и углы поворота узлов относительно осей OX и OY) легко определяются из известной зависимости МКЭ:

$$RZ = P, \tag{1}$$

где R – матрица жесткости ансамбля прямоугольных конечных элементов с тремя степенями свободы в узле, Z – вектор искомых перемещений, P - вектор внешней узловой нагрузки;

Последовательно увеличивая модуль упругости отдельного конечного элемента с заданным шагом, и решая систему (1) на каждом шаге, получим табличные функции перемещений всех узлов системы в зависимости от жесткости каждого элемента. Графики функции вертикального перемещения одного из узлов представлены на рис.3.

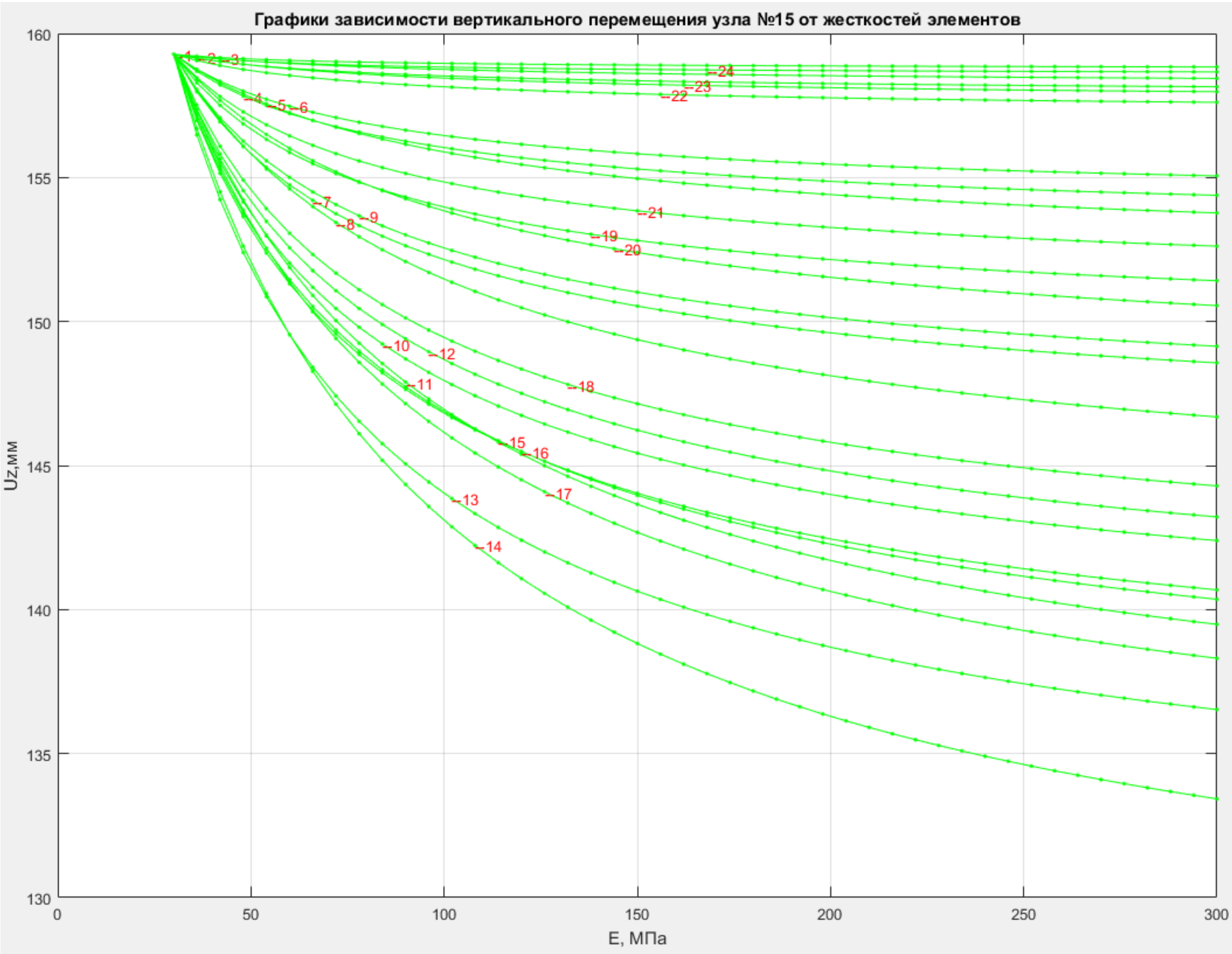

Рисунок 3 – Графики функции прогиба

Задача приближения табличной функции прогибов узлов конечно-элементной модели плиты в «MATLAB» осуществляется следующим образом.

Для решения задачи даны две последовательности: точки E_1, E_2,…, E_N (сетка), представляющие жесткость i-ого конечного элемента, и значение аппроксимирующей функции W_1, W_2,…, W_N (сеточная функция) – представляющей прогиб j-ого узла. Функция ***csapi*** среды «MATLAB» конструирует кубический интерполяционный сплайн, сплайн третьей степени (четвертого порядка), с так называемыми условиями «запрета стыка» (not- a knot condition), т.е. условиями неразрывности третьей производной сплайна в точках E_2 и $E_{N\text{-}1}$. Требование непрерывности третьей производной в точке E_2 фактически означает, что на участках [E_1, E_2] и [E_2, E_3] имеется единый интерполяционный полином $P_1(E)$ и при этом выполняются условия $P_1(E_i) = W_i$

при i = 1; 2; 3. Аналогичная ситуация на участках $[E_{N\text{-}2}, E_{N\text{-}1}]$ и $[E_{N\text{-}1}, E_N]$. Таким образом, вместо N-1 полинома рассматривается N-3 полином.

В пакете «MATLAB» используется кусочно – полиноминальная (*pp*–форма) представления сплайна. На каждом участке $[E_j, E_{j+1}]$ с номером j приближающая функция $W(E)$ представляется в виде полинома

$$P_j(x) = \sum_{i=0}^{k-1} a_i^{(j)} \left(x - x_j\right)^i \qquad (2)$$

и решается система линейных уравнений для определения множества коэффициентов $a_i^{(j)}$.

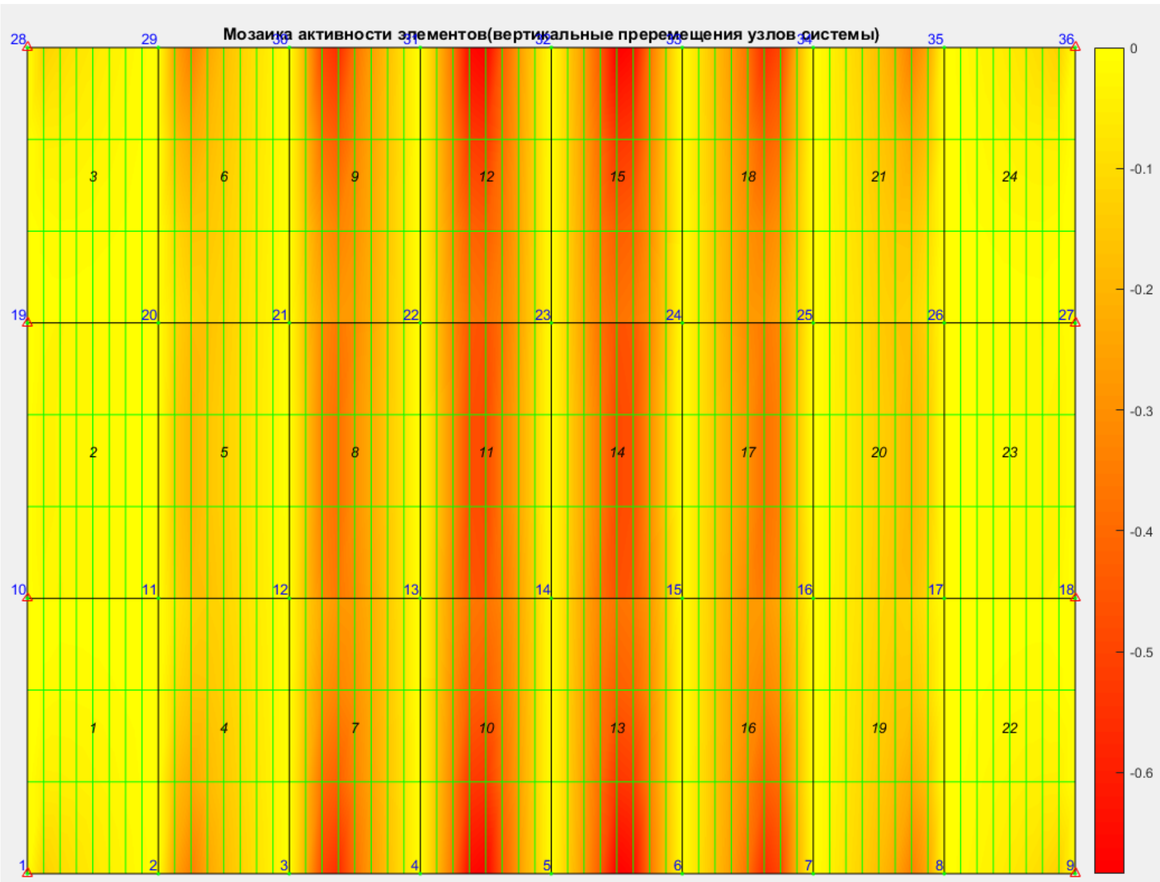

Рисунок 4 – Мозаика коэффициентов активности элементов

Сконструировав интерполяционные сплайны для табличной функции перемещений каждого узла, определим производные при помощи оператора ***fnder*** среды «MATLAB». Найденные численные значения производных в заданной точке будут представлять коэффициенты активности i-ого конечного элемента $f_{(i,j)}$, которые показывают, как влияет жесткость i-ого элемента на вертикальное перемещение j-ого узла. Чем больше модуль $f_{(i,j)}$, тем активнее элемент влияет на отклик системы. Мозаика распределения коэффициентов активности (рис.4) наглядно показывает, какие элементы заданной системы в наибольшей степени влияют на жесткость плиты в целом.

Выводы

1. Представлена методика определения коэффициентов активности отдельных элементов тонкой плиты в обеспечении жесткости всей системы в среде «MATLAB».

2. Численные значения коэффициентов активности $f_{(i,j)}$, позволяют оценить влияние жесткости i – ого элемента на отклик всего ансамбля конечных элементов.

Библиографический список:

1. Шеин А.И. Азимова Я.А. Оптимизация массы фибры фибробетонных конструкций [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2020. №11. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no11-mai-2020/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/11.9/view

2. Шеин А.И., Азимова Я.А. Оптимизация арматуры железобетонных конструкций в условиях плоского напряженного состояния [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. № 9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no-9-aprel-2019/stroitelnaya-mehanika/9.5/view

3. Шеин А.И., Земцова О.Г., Азимова Я.А. Расчёт и оптимизация арматуры композитных систем методом конечных элементов [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitelnaya-mehanika/6.2/at_download/file

4. Шеин А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Науковедение. 2017. №2. Том 9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf (доступ свободный).