

УДК.624.04.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ
ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ КОЛОНН ДВУТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ
В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СТАДИИ**

Зернов Владимир Викторович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Зайцев Михаил Борисович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Аннотация

В статье представлена методика определения критической нагрузки внецентренно сжатой колонны из условия устойчивости при односторонней текучести. При этом величина нагрузки определяется по глубине упругого ядра двутаврового сечения.

Ключевые слова: внецентренно сжатая колонна, двутавровое сечение, упругое ядро, односторонняя текучесть, критическая нагрузка.

**DETERMINING THE CRITICAL LOAD OFF-CENTER COMPRESSED I-
BEAM COLUMNS IN THE ELASTIC-PLASTIC STAGE**

Zernov Vladimir Victorovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.

Zaytsev Mihail Borisovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Mechanics”.

Abstract

The article presents a method for determining the critical load of an off-center compressed column from the stability condition for one-way flow. In this case, the load value is determined by the depth of the elastic core of the I-beam section.

Keywords: out-of-center compressed column, I-section, elastic core, one-way flow, critical load.

Сравнительные расчеты и экспериментальные исследования показывают, что несущая способность рамных каркасов промышленных зданий определяется потерей устойчивости в упругопластической стадии [1-3]. При этом в характерных сечениях колонн наблюдается односторонняя текучесть с глубиной упругого ядра $\dot{a} = \alpha \cdot h$ (рис.1).

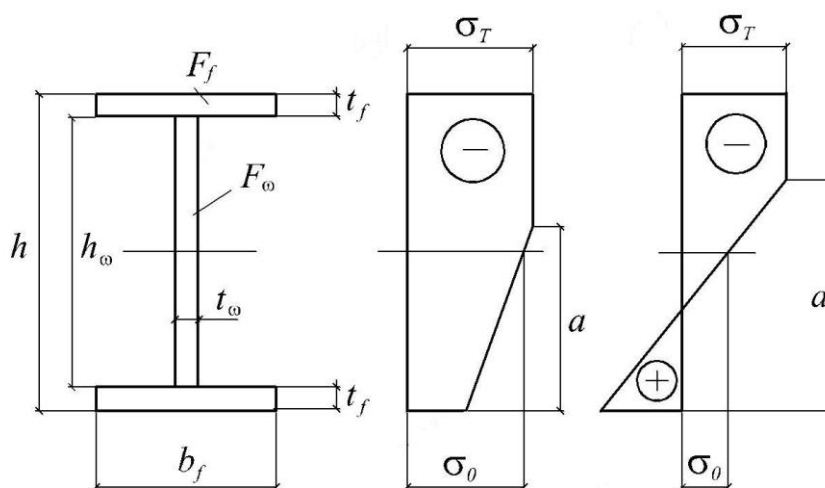


Рисунок 1 - Эпюры напряжений при односторонней текучести

Для двутаврового сечения при односторонней текучести с использованием диаграммы Прандтля можно получить формулы для коэффициентов приведения k' (1 – е расчетное сечение) и k'' (2 – е расчетное сечение), которые можно использовать при практических расчетах по определению несущей способности. Эти коэффициенты зависят от напряженного состояния сечения, которое характеризуется напряжением средних волокон $\sigma_0 = \sigma_N$ и глубиной упругого ядра a .

Покажем общее аналитическое решение для определения глубины упругого ядра в наиболее напряженном сечении для случая внецентренно сжатой стойки, сечение которой представлено на рис. 1.

Уравнение равновесия внешних и внутренних моментов в сечении посередине высоты стойки имеет вид:

$$M = N(e_0 + f) = A \cdot h(\sigma_T - \sigma_N)\xi, \quad (1)$$

где ξ - коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения и глубины a .

Для сечения с двумя осями симметрии в виде двутавра (прокатного или составного) этот коэффициент можно выразить через известные геометрические параметры:

$$\xi = \frac{I}{Ah^2 / 2} \cdot \frac{1 + 2\beta_1}{\alpha + 2\beta_1} = \frac{W_{nl}}{Ah} \left(\frac{x^0}{\chi} \right), \quad (2)$$

где

W_y - упругий момент сопротивления, $x^0 = W_y / W_{nl} < 1$;

A - площадь сечения;

$\alpha = a \cdot h$ - относительная глубина упругого ядра;

$\beta_1 = A_f / A_\omega$ - коэффициент формы сечения;

χ - коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций в сечении при односторонней текучести.

Подставляя в (1) выражения ξ и f , получаем зависимость для определения α :

$$m\chi = \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right) \left(1 - \frac{N}{N_{кр}^y \cdot k'} \right), \quad (3)$$

где $m = e_0 \cdot A / W_y$ - относительный эксцентриситет силы N .

Выражения для расчетных коэффициентов в рассматриваемом сечении стойки имеют вид[4]:

$$\begin{aligned}
k' &= \frac{-2\alpha^3 + 3\alpha^2 + 6\beta_1\alpha}{(1 + 6\beta_1)}; \\
k'' &= \frac{\alpha^3(\alpha + 4\beta_1) \cdot (1 + 2\beta_1)}{(\alpha + \beta_1) \cdot (1 + 6\beta_1)}; \\
\chi &= \frac{\alpha(1 + 6\beta_1) \cdot (\alpha + 2\beta_1)}{(-2\alpha^3 + 3\alpha^2 + 6\beta_1\alpha) \cdot (1 + 2\beta_1)}
\end{aligned} \tag{4}$$

Подставляя выражения k' и χ в уравнение (3), получим сложное уравнение четвертой степени относительно неизвестного α .

Для двутавровых сечений (как для прокатных, так и для составных) обычно $\beta_1 = A_f / A_\omega \geq 0,5$. Допустим, что $\beta_1 = 0,5$ и тогда выражения (4) для коэффициентов расчетных сечений упрощаются без особых погрешностей.

Подставляя в выражение (3) упрощенные значения k' и χ , получим несложное квадратное уравнение относительно α .

$$\alpha^2 - \left[\frac{(1 + 2\beta_1)}{m} \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right) - 2\beta_1 \right] \alpha + \frac{(1 + 2\beta_1)}{m} \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right) \frac{N}{N_{кр}^y} = 0. \tag{5}$$

Решая уравнение, находим

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2} \left[n_T \frac{\beta_0}{m} - 2\beta_1 \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(n_T \frac{\beta_0}{m} - 2\beta_1 \right)^2 - \frac{\beta_0}{m} n_T \frac{N}{N_{кр}^y}}, \tag{6}$$

$$\text{где } \beta_0 = (1 + 2\beta_1); \quad N_T = \sigma_T \cdot A; \quad n_T = \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right).$$

Формула (6) будет давать два значения α . Это объясняется тем, что кривая равновесных состояний (рис. 2) имеет нисходящую ветвь с наибольшим значением $N = N_{кр}$.

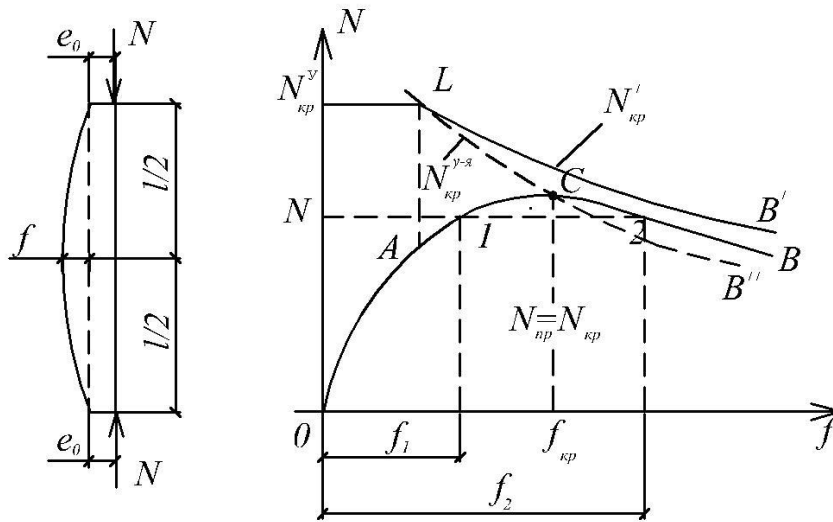


Рисунок 2 - Кривая равновесных состояний

Можно показать, что восходящей ветви кривой соответствует $N < N_{кр}$ и $f_1 < f_2$.

Предельное (критическое) значение продольной силы для рассматриваемой стойки (рис. 2) можно получить из равенства (5). Критическому состоянию соответствует экстремальная точка на кривой $N - f$, для которой

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{кр}.$$

Этому условию соответствует следующее равенство из (6)

$$\frac{\beta_0}{m} \left(\frac{N}{N_T} - 1 \right) \frac{N}{N_{кр}^y} - \frac{1}{4} \left[\frac{\beta_0}{m} \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right) - 2\beta_1 \right]^2 = 0. \quad (7)$$

При этом (в критическом состоянии) относительная глубина упругого ядра будет определяться равенством

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{кр} = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta_0}{m} \left(\frac{N_T}{N} - 1 \right) - 2\beta_1 \right]. \quad (8)$$

Уравнение (7) относительно неизвестного $N_{кр}$ получается квадратным и может быть решено в общем виде.

Библиографический список:

1. Зернов В.В., Зайцев М.Б., Анурьева Ю.В. Анализ устойчивости стержневых систем в упруго-пластической стадии работы [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL:http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.4/at_download/file
2. Раевский, А. Н. Проверка несущей способности металлических ферм с учетом искривлений отдельных элементов / А. Н. Раевский, М. Б. Зайцев // Известия вузов. Строительство. 1999. - № 12. С. 4-9.
3. Зернов, В.В. Определение критической нагрузки для стропильных ферм в упругой и упруго-пластической стадиях работы / В.В. Зернов, М.Б. Зайцев, Н.Н. Ласьков // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 4. С. 85-89.
4. Геммерлинг А. В. Несущая способность стержневых стальных конструкций / А. В. Геммерлинг. М.: Госстройиздат, 1958. 207 с.
5. Монахов В.А., Зайцев М.Б., Бураева Д.А. Методы численного расчета сжатых стержней на устойчивость [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitel'naya-mehanika/4.5/at_download/file
6. Зернов В.В., Зайцев М.Б. Определение предельной нагрузки для сжатого искривленного стержня фермы с учетом развития пластических деформаций сечения и реальных условий закрепления в узлах [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL:http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-i-sooruzheniya/2.17/at_download/file.