

УДК 624.04.519.6

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ  
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

*Шейн Александр Иванович,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г.Пенза,*

*доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».*

**Аннотация**

Статья посвящена постановке и методам решения задач механики. В качестве примера рассмотрена задача исследования вынужденных колебаний высотных сооружений.

**Ключевые слова:** моделирование, механическая система, колебания, численные методы, программирование.

**MATHEMATICAL MODELING OF MECHANICAL PROBLEMS ON THE  
EXAMPLE TASKS DAMPING OF HIGH-RISE BUILDINGS**

*Shein Alexander Ivanovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor, Head of the department "Mechanics".*

**Abstract**

Article is devoted to the formulation and methods of solving problems in mechanics. As an example, consider the problem of the study of forced oscillations of high-rise buildings.

**Keywords:** modeling, mechanical system, vibrations, numerical methods, programming.

**Введение.** Строительная механика решает широкий круг задач. В основе разработки приемов решения этих задач часто лежит построение математических моделей механических систем и их численная реализация. Совокупность вопросов, возникающих при построении и реализации этих моделей, требует разработки некоторого общего плана, или схемы решения.

**Построение и реализация математических моделей механических систем.** В механике движение 3D объектов отображает и быстропротекающие процессы: колебания и вибрация зданий и сооружений [1-7], и медленнопротекающие процессы ползучести и релаксации [8-10]. Это развитие зон пластических деформаций, зарождение появления и развитие трещин [1], бифуркация конструкций и прогрессирующее разрушение перегруженной конструкции [1], явления биений и резонансов и способы пассивного или активного гашения размаха колебаний [3,4]. При этом строительные конструкции должны обладать соответствующей прочностью, жесткостью, устойчивостью, долговечностью и выносливостью.

Механик должен решить четыре взаимосвязанные задачи механического движения:

- 1) создать математическую модель механической системы, находящейся в одном или в совокупности нескольких из перечисленных состояний;
- 2) разработать или применить тот или иной (иные) численный метод для реализации поставленной задачи;
- 3) создать программу или программный комплекс для реализации численных методов решения математических моделей;
- 4) получить и проанализировать решение. Оценить точность и корректность результатов.

В ряде случаев в одной или нескольких вышеперечисленных задач целесообразно использовать оптимизационные процедуры для повышения эффективности решения.

Одна из наиболее интересных частей моделирования механических задач лежит в области колебания зданий и сооружений. Это математическое и компьютерное описание 3D процессов движения сооружений от ветровых, сейсмических и других воздействий. Одним из аспектов этих исследований является разработка способов гашения колебаний сооружений, т.е. способов управления пространственной динамикой. Здесь в свою очередь возникает разветвление решения на систему пассивного управления в виде демпфирующих устройств и гасителей колебаний [6] и систему активного управления демпфирующими свойствами и силами сопротивления развитию колебаний [3].

Моделирование подобных динамических задач в свою очередь состоит из нескольких аспектов.

Во-первых, это моделирование сооружения. В настоящее время эта задача решается, в основном, на базе метода конечных элементов, путем составления матриц жесткости, демпфирования и масс. Модель сооружения целесообразно расширять или дополнять, объединять с моделью грунтового основания [7], что существенно сказывается на точности определения динамических характеристик (собственных частот, собственных форм, периода и амплитуды колебаний).

Во-вторых, это моделирование динамических воздействий – моделирование ветровых потоков, сейсмических волн, надземных ударных воздействий и т.п.

И, наконец, в-третьих, это разработка и моделирование гасящих устройств. Решение последней задачи подразумевает создание новых устройств и модернизацию известных установок и механизмов, а так же вписывание гасителей в конечно-элементную математическую модель сооружения.

При моделировании объектов и процессов одним из основных вопросов является вопрос точности описания реальных систем и явлений математическими моделями. Здесь возникает вопрос о корректности модели численного метода, компьютерных программ. Вопрос о корректности математической модели МКЭ сооружения в настоящее время хорошо проработан. С точки же зрения реализации какого-либо прямого метода решения задачи динамики, на достаточно большом временном отрезке, математическая модель МКЭ сооружения должна быть довольно компактной для интенсивных численных исследований. Т.е. здесь сохраняется необходимость выбора такой упрощенной схемы сооружения, которая отражала бы наиболее важные свойства его действительного динамического поведения и не учитывала второстепенные, несущественные факторы.

Для высотных сооружений башенного типа (вышки, мачты и т.д.) это может быть модель пространственной шарнирно-стержневой фермы. Для высотного здания – модель пластинчато-стержневой системы с жесткими дисками перекрытий. Эти модели содержат все необходимые признаки высотного сооружения и, в то же время, обладают ограниченным числом степеней свободы.

Далее об эффективности численных методов реализации математических моделей. При решении динамических задач наиболее эффективны так называемые прямые методы решения дифференциальных уравнений движения – обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

В то же время часто используются и методы разложения колебаний по собственным формам. Эти методы основаны на поиске определенного количества собственных форм колебаний тела путем решения обобщенной проблемы собственных значений для матриц жесткости и масс механической системы. После определения собственных частот и векторов все перемещения узлов системы аппроксимируются суммой найденных форм колебаний.

При решении задач прямыми методами никаких предварительных преобразований дифференциальных уравнений не делается. Методы прямого интегрирования базируются на двух положениях: уравнение движения удовлетворяется только на шаге по времени  $\Delta t$  и в пределах этого шага все параметры движения аппроксимируются определенными зависимостями. Выбор этой аппроксимирующей зависимости и определяет название метода. Наиболее проработанными и распространенными являются: метод центральных разностей, метод Ньюмарка, метод Вилсона, метод Хоболта. Весьма эффективен метод смещенных разностей [5].

И, наконец, о программах и комплексах программ. В настоящее время имеется ряд программных комплексов, математических пакетов с возможностями программирования. Например, стандартные возможности конечно-элементного комплекса ANSYS можно расширить за счет инструментов пользовательского программирования, в частности дополнительных макросов. Язык параметрического проектирования APDL позволяет осуществить усложненный ввод исходных данных, что позволяет управлять вносимыми изменениями и такими основными объектами анализа, как перемещения, свойства материала, нагрузки, положение связей-ограничений и размеры конечно-элементной сетки. Использование языка APDL позволяет выйти в ANSYS за пределы обычного конечно-элементного анализа и проверить чувствительность решения к изменениям исходных данных, внести изменения в проект и произвести его оптимизацию. При решении исследовательских задач очень удобно использовать пакет MATLAB. Программа MATLAB компании MathSoft в специально разработана для численного моделирования систем. Для глубокой проработки задач моделирования программа MATLAB дополнена пакетом SIMULINK с визуально-ориентированным программированием. В ряде задач целесообразно использовать простой и доступный пакет Mathcad.

**Заключение.** Таким образом, на примере задачи гашения колебаний, представлена схема построения и реализации математических моделей механических систем. Подобная схема может быть построена и реализована и для других задач

### **Библиографический список**

1. Шеин А.И. Метод сеточной аппроксимации элементов в задачах строительной механики нелинейных стержневых систем : монография. Пенза, 2005. 248 с.

2. Шеин, А.И. Решение многопараметрической задачи динамики стержневых систем методом сеточной аппроксимации элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2002. № 2. С. 27.

3. Шеин А.И., Шмелев Д.А. Оценка эффективности активного жидкостного гасителя колебаний высотных сооружений при нестационарных воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №1(252). С. 59-63.

4. Шеин А.И., Бакушев С.В., Зайцев М.Б., Земцова О.Г. Гашение колебаний высотных сооружений: в 3-х ч. Ч.1. Современное состояние проблемы : монография. Пенза: ПГУАС, 2011г. 235с.

5. Шеин А.И., Зайцев М.Б. Метод смещенных разностей для решения систем дифференциальных уравнений движения механических систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №2. С. 38-41.

6. Шеин А.И., Земцова О.Г. Схемы и теория гасителей пространственных колебаний сооружений // Региональная архитектура и строительство. 2010. №1. С. 45-52.

7. Шеин А.И., Земцова О.Г. Снижение уровня колебаний системы «упругое основание – высотное сооружение» с помощью нелинейного динамического гасителя // Региональная архитектура и строительство. 2011. № 2. С. 83-90.

8. Завьялова О.Б., Шеин А.И. Применение условного сдвига-изгибного стержня при расчете рам на устойчивость // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2010. №1. С. 99-105.

9. Шеин А.И., Завьялова О.Б. Влияние физической нелинейности бетона на напряженно-деформированное состояние элементов монолитных железобетонных рам, рассчитываемых с учетом истории нагружения // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №8. С. 29-31.

10. Шеин А.И., Завьялова О.Б. Расчет монолитных железобетонных каркасов с учетом последовательности возведения, физической нелинейности и ползучести бетона // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №5. С. 64-69.