

УДК 624.04

ОПТИМИЗАЦИЯ АРМАТУРЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Шейн Александр Иванович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика».

Азимова Яна Александровна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

аспирант, ассистент кафедры «Механика».

Аннотация

Дан обзор исследований в области оптимизации железобетонных конструкций. Показан метод оптимизации арматуры железобетонных конструкций. Метод базируется на соотношениях МКЭ, записанных в символьном виде для матрицы армирования. Решается задача оптимизации сечений арматуры при соблюдении уравнений равновесия МКЭ и ограничений на перемещения. Показано, что данный метод оптимизации может быть использован при подборе сечений арматуры любых конструкций, находящихся в условиях плоского напряженного состояния.

Ключевые слова: оптимизация, арматура, железобетонные конструкции, математический пакет.

OPTIMIZATION OF REBAR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES IN PLANE STRESS STATE

Shein Alexander Ivanovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor, Head of the department “Mechanics”.

Asimova Yana Aleksandrovna,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Post-graduate student, Assistant of the department “Mechanics”.

Abstract

The paper describes a method for optimizing the reinforcement of reinforced concrete structures. The method is based on the FEM ratios recorded in symbolic form for the reinforcement matrix. The problem of optimization of sections of rebar subject to the equilibrium equations of FEM and restrictions on movement. It is shown that this optimization method can be used in the selection of reinforcement sections of any structures under flat stress conditions.

Keywords: optimization, reinforcement, reinforced concrete structures, mathematical package

Краткий обзор работ. Пусть известно одно или несколько неблагоприятных сочетаний нагрузок на железобетонную балку, балку-стенку, диафрагму и т.п. Поставим задачу минимизации материала этих конструкций, т.е. задачу оптимизации.

Первые оптимизационные решения были выполнены Г. Галилеем еще в 1638 г. Позднее базовые исследования и разработка теории были сделаны Ферма, Л. Эйлером, И. Бернулли, Ж.Л. Лагранжем.

Для строительных конструкция одной из первых была решена задача проектирования шарнирно- стержневой системы минимального веса [7]. Первые исследования проводились в аналитическом виде. Позднее, с появлением ЭВМ при известном расположении узлов эти задачи сводились к линейному программированию (задача Леви).

Одновременно с внедрением ЭВМ, появился интерес к задачам минимизации объема механических систем, таких как задачи проектирования изгибаемых или сложно-сопротивляющихся стержневых систем. Основным способом решения таких задач было применение нелинейного

программирования. Одно из наиболее математически обоснованных направлений строилось на базе использования модифицированных функций Лагранжа и теории Куна-Таккера. Кроме того, работы по созданию численных методов опирались на теоретические построения, полученные в области теории оптимального управления. Большими шагами в этом направлении были построения динамического программирования Р. Беллмана и разработанный Л.С. Понтрягиным принцип максимума, в котором были сформулированы необходимые и достаточные условия оптимальности, заложена база для развития вариационного исчисления.

Достаточно много публикаций посвящены разработке методов исследования и решению задач многоцелевой оптимизации упругих конструкций. Ряд исследований, выполнено в теории оптимального проектирования и многоцелевой оптимизации, в частности при проектировании конструкций на подвижные нагрузки.

Декомпозиционные принципы постановки оптимизационных задач предлагались в работах А.В. Геммерлинга, В.Н. Гордеева, Л.С. Лэсдона, Я.И. Олькова, Н.Н. Складнева, М.А Янкелевича и в ряде других исследований.

Так же, как и в расчетах конструкций в оптимизационных задачах рассматривались упругие и неупругие механические системы. Как известно, расчет механической системы в упругой постановке позволяет определять напряженно-деформированное состояние сооружения от заданных нагрузок, но не дает ответа на вопрос о предельных нагрузках, при которых система разрушается. Поскольку начало разрушения железобетонных конструкций, как правило, сопровождается пластическими деформациями, то при расчете сооружений необходимо учитывать не только упругие, но и пластические свойства материалов конструкций. Отсюда и возникает необходимость упругопластического расчета.

Достаточно часто методы оптимизации основываются на допущении образования пластических шарниров и перераспределении усилий в сечениях железобетонных конструкций. Это существенно упрощает расчеты. Здесь

искомыми величинами обычно являются предельные усилия или предельная нагрузка. Предельное усилие - это такая равнодействующая напряжений, когда для определенного вида деформаций напряжения в бетоне достигают максимальных значений, а напряжения в арматуре достигают пределов текучести. Если для данной арматуры площадка текучести отсутствует, то принимают условный предел текучести. Предполагается, что при действии предельного усилия сечение может свободно деформироваться. Таким образом, в сечениях с предельным моментом возможны повороты сходящихся элементов на угол любой величины. Такое сечение приобретает свойства шарнира, поэтому оно называется пластическим шарниром. Известно, что пластический шарнир полностью передает изгибающий момент, но позволяет поворачиваться концам сходящихся в нем элементов на любой угол по направлению действия изгибающего момента.

Большой вклад в развитие теории и практики оптимизации конструкций в предельном равновесии сделан Нилом, Ходжем, А.А. Чирасом, А.П. Чижасом.

Задачи оптимизации конструкций из условия устойчивости рассматривались в работах А.Н. Раевского, А.И. Шеина, И.К. Цыпинаса. А.И. Шеину [22] удалось получить замкнутое, аналитическое (символьное) решение задачи оптимизации многоэтажных рам из условия устойчивости.

Задачи оптимизации при подвижных нагрузках в рамках предельного пластического равновесия рассматривались А.А. Чирасом, М. Савом и В. Прагером, а задачи многократного нагружения - А.А. Чирасом, Р. Шилдом.

В настоящее время наибольший интерес представляют задачи оптимизации композитных систем. В статье В. М. Бондаренко [1] формулируются посылки оценки потерь энергии при знакопеременном деформировании железобетона. Предложен способ учета этих потерь при проектировании конструкций; способ учитывает случаи влияния коррозионных повреждений на указанные потери и содержит предложения по оптимизации при проектировании железобетонных конструкций.

В работе Краковского М.Б. [5] предложена методика оптимизации армирования железобетонных плит, основанная на рекомендациях «Пособия по оптимальному проектированию железобетонных конструкций» и ЭВМ-программе «ОМ СНиП Железобетон». На конкретном примере продемонстрирована эффективность методики - по сравнению с обычным проектированием, получена экономия стали 25.6%.

В работах Серпика И.Н и Мироненко, И. В., [6,12,13] исследуются вопросы создания алгоритма деформационного расчета железобетонных балок и рам на основе многослойных конечно-элементных моделей; построения итерационной схемы оптимизации железобетонных балочных и рамных конструкций по критерию минимума плановой производственной себестоимости с введением смешанной эволюционной стратегии для процедур учета ограничений и случайной вариации параметров; алгоритмизации оценки в физически нелинейной постановке нагруженности конструкций при запроектных воздействиях.

Работа Прохорова С.В. [10] посвящена сравнительно мало распространенному виду железобетонных конструкций, воспринимающих большие продольные усилия. Сюда относятся, например, колонны нижних этажей зданий, имеющих этажность 20 и более этажей. В таких колоннах используются продольные стержни из высокопрочных сталей А-IV и выше. Чтобы повысить прочность сжатого бетона, кроме продольных стержней, вводится косвенная арматура в виде часто расположенных сеток или спиралей, создающих эффект обоймы. Параметры косвенного армирования в данной работе выбираются из условия, когда продольные стержни могут достигать величины приведенного сопротивления сжатию, равному численно расчетному сопротивлению рассчитывающего напряжения.

В статье Уткина В.С. [17] рассматривается проблема оптимизации армирования сжатых областей железобетонных элементов. Предлагается в порядке обсуждения рассмотреть предложения более рационального армирования железобетонных колонн и балок.

В работе [14] Скорук Л. показывает, что содержание арматуры в бетоне для монолитных конструкций не является величиной постоянной и в большой степени зависит от меняющихся выходных данных - типа фундамента, шага несущих вертикальных элементов, толщины элементов, этажности здания, величины нагрузки и многих других факторов. Величина содержания арматуры в бетоне конструкций является сугубо индивидуальной характеристикой каждой конкретной конструкции и должна базироваться на соответствующих прочностных расчетах, быть следствием этих расчетов, а также отвечать конструктивным требованиям, предъявляемым к данному типу конструкции. С помощью новых функций, реализованных в 21-й версии программы SCAD++, появилась возможность на начальном этапе проектирования (стадия расчетной схемы) оперативно получить данные о расходе бетона и арматуры как для отдельного элемента, так и для всего здания в целом. На основании полученных данных проектировщик при необходимости принимает решение об изменении конструктивной схемы здания и оценивает, насколько эти изменения влияют на содержание арматуры в бетоне. В предыдущих версиях ПК SCAD такая задача тоже решалась, но гораздо более трудоемко, и при этом она требовала от проектировщика очень много времени на выполнение большого количества рутинных операций.

Вопросы оптимизации в условиях неполноты информации рассматривались М.Б. Краковским, Н. Н. Красовским, Ф. Л. Черноусько и другими авторами.

С. Мирза определяет несущую способность коротких железобетонных колонн методом Монте-Карло. Случайными параметрами им принимаются геометрические размеры конструкции, прочности бетона и арматуры. Минимальные значения несущей способности, определенные при моделировании, оказались выше соответствующих значений, определенных по нормам Американского института бетона.

В работах Долганова А. И. [2-4] разрабатывались методы оптимизации строительных сооружений и конструкций по критерию надежности. Им

показано, что проектирование сооружений с заданным уровнем надежности позволяет не только снизить затраты на строительство, но и уменьшить риски разрушения. Автор разработал алгоритмы использования логико-вероятностных методов при проектировании сооружений и конструкций с заданным уровнем надежности; сделал обоснование применения таких критериев анализа структурной надежности, как «вес», «значимость» и «вклад» сечений при оптимизации конструкций; обосновал возможность учета в расчетах надежности двух групп предельных состояний, а также учет случайности нагрузок; алгоритмы и методику оптимизации железобетонных конструкций, сформулированных на основе экстремальных энергетических принципов расчета стержневых систем и методов статистического планирования экстремальных экспериментов; алгоритмы и методику расчета долговечности и ресурса мостовых железобетонных конструкций; методику оптимизации армирования железобетонных конструкций на основе методов линейного и динамического программирования.

В начале нынешнего столетия в связи с развитием математических пакетов для ЭВМ, таких как Maple, Mathlab, появилась возможность выполнения символьных решений оптимизационных задач. Думается, что в этом направлении можно ожидать важных достижений.

Задача оптимизации арматуры железобетона. В данной работе рассматривается вопрос оптимизации арматуры композитной системы, находящейся в условиях плоского напряженного состояния (типа железобетонной балки, балки-стенки, арки и т.п). Вывод основных расчетных соотношений для таких конструкций приведен в работах [26-29].

В математическом комплексе Maple имеется мощный инструмент для решения оптимизационных задач - пакет «Оптимизация». Пакет «Оптимизация» представляет собой набор команд (программ) для численного решения задач оптимизации, которые включают нахождение минимума или максимума целевой функции, на которую наложены ограничения. Команда NLPsolve позволяет найти глобальный экстремум нелинейной целевой

функции при наличии нелинейных ограничений. При этом ограничения могут быть заданы в матричном виде. Последнее обстоятельство особенно важно при использовании в математической модели уравнений равновесия МКЭ.

Задача оптимизации арматуры композита имеет вид:

$$\min \sum A_{si} l_i$$

при $K(A_{si})U = P$,

$$|U_{max}| \geq |U| \geq |U_{min}|.$$

Здесь A_{si} - искомые площади поперечных сечений элементов арматурного каркаса;

l_i - длины этих арматурных стержней;

$K(A_{si})$ - матрица жесткости железобетона, зависящая от искомых параметров арматуры;

U - неизвестный вектор узловых перемещений композита;

$|U_{max}|$ - вектор максимальных перемещений, подсчитанный при заданном минимальном армировании композита;

$|U_{min}|$ - вектор минимальных перемещений, подсчитанный при заданном максимальном армировании композита;

P - заданный вектор узловых нагрузок.

В данной работе не ограничивались размеры трещин и глубина их проникновения. В связи с этим размеры поперечных сечений наклонных арматурных стержней и сечения горизонтальной арматуры определены без учета этих ограничений. Здесь основное внимание обращалось на работоспособность алгоритма и возможности математического пакета. Возможность символьных операций с матрицами и матричного представления ограничений создает предпосылки к решению сложных оптимизационных задач относительно композитов.

Исходные данные для тестового расчета приведены в табл.1 и на рис. 1.

Таблица 1 – Исходные данные

L	1.2 м
H	0.4 м
b	0.3 м
l	0.4 м
E_{σ}	$2.3 \cdot 10^{10}$ Па
E_a	$2.1 \cdot 10^{11}$ Па
P_8	-50000 Н
P_{10}	-50000 Н

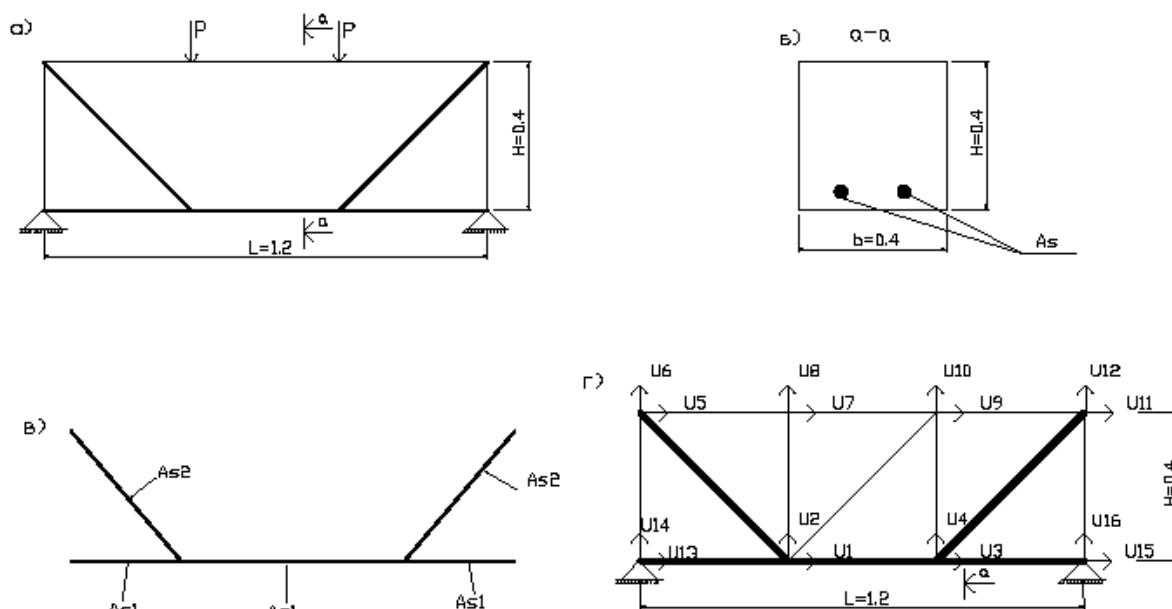


Рисунок 1 - Схема железобетонной балки: а,б) Расчетные схемы балки;
 в) Схема арматуры; г) Конечно-элементная схема композита
 Результаты расчета арматуры приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты расчета

A_{s1}	$2 \cdot 10^{-5}$ м
A_{s2}	$4.483 \cdot 10^{-5}$ м

Выводы. Использование символьных операций с матрицами позволило сформировать математическую модель оптимизационной задачи по армированию композита. На простом примере показана работоспособность алгоритма численного решения задачи оптимизации армирования железобетона. Разработанная методика может быть положена в основу математической модели оптимизации сложных композитных систем с учетом трещинообразования.

Библиографический список:

1. Бондаренко В. М. Вопросы энергетической оптимизации железобетонных конструкций при динамическом нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2015. №5.

2. Долганов А. И. Оптимизация железобетонных сооружений и конструкций по критерию надежности: диссертация доктора технических наук : 05.23.01. М., 2000. 436 с.: ил. РГБ ОД, 71:01-5/336-0.

3. Долганов А.И. Оптимизация мостовых железобетонных балок по критерию надежности // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов II Всероссийского семинара. Новосибирск: НГАСУ, 1998.С. 59-62.

4. Долганов А.И., Даниелов Э.Р. Оптимизация конструкций крупнопанельных зданий серии 122 в г. Магадане // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов II Всероссийского семинара. Новосибирск: НГАСУ. 1998. С. 62-64.

5. Краковский М., Оптимизация армирования железобетонных плит, [Электронный ресурс]. URL: [https://yandex.ru/search/?clid=2186620&text=Краковский М%2C Оптимизация армирования железобетонных плит%2C Электронный ресурс%2C Опубликовано%3A 20 окт.](https://yandex.ru/search/?clid=2186620&text=Краковский+М%2C+Оптимизация+армирования+железобетонных+плит%2C+Электронный+ресурс%2C+Опубликовано%3A+20+окт.)

6. Мироненко, И. В. Анализ сходимости эволюционной оптимизации железобетонных конструкций [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2011. №4.

7. Anthony George Maldon Michell The limits of economy of material in frame-structures // Philosophical Magazine, 1904. Vol. 8(47), p. 589–597.
8. Ольков Я.И., Холопов И.С. Оптимальное проектирование металлических предварительно напряженных ферм. М.:Стройиздат, 1985. 156 с.
9. Попов А. Н. и др. Пространственный деформационный нелинейный расчет железобетонных изгибаемых конструкций методом конечных элементов // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ», 2013. №5.
10. Прохоров С.В. Оптимизация арматуры сильно нагруженных железобетонных колонн со случайными эксцентриситетами // Известия КазГАСУ, 2008. №1(9).
11. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций и тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 521012003).
12. Серпик И.Н., Мироненко И.В., Алгоритм оптимизации плоских железобетонных рам [Текст] // Бетон и железобетон. 2011. №4. С. 17-21.
13. Серпик И.Н., Мироненко И.В. Алгоритм оптимизации железобетонных рам с учетом многовариантности нагружения [Текст] // Строительство и реконструкция. 2012. №1(39). С. 33-39.
14. Серпик И.Н., Мироненко И.В. Оценки нагруженности конструкций при запроектных воздействиях с учетом нелинейной работы материалов [Текст] // Строительство и реконструкция. 2012. №4(42). С. 54-60.
15. Скорук Л. Определение эффективных параметров армирования железобетонных конструкций [Электронный ресурс]. URL: <https://sapr.ru/article/25474>
16. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (Актуализированная редакция СНиП 52012003).
17. СП 521012003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры.

18. Уткин В.С. Оптимизация армирования несущих железобетонных конструкций в сжатой зоне бетона [Электронный ресурс] // Технологии бетонов. 2014. №5. С. 52-53. URL: <https://rucont.ru/efd/396219>.

19. Шеин А.И. Основы оптимизации строительных конструкций. Учебное пособие. Рекомендовано УМО вузов РФ по строит. Образованию. Пенза: Пензенская ГАСА, 2000. 106 с.

20. Шеин А.И. Оптимизация несущих конструкций каркасных зданий. // Промышленное и гражданское строительство. 2002. №12.

21. Шеин А.И., Шмелев Д.А. Оптимизация размеров двутавровой балки из условия жесткости и ограничения касательных напряжений // Сб. докладов. Часть II., Студенческая наука- интеллектуальный потенциал XXI века. Пенза: ПГУАС, 2008.

22. Шеин А.И., Земцова О.Г. Оптимизация многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. 2010. №1(13).

23. Шеин А.И. Замкнутое решение задачи оптимизации многоэтажных рамных систем из условия устойчивости // Транспортные сооружения. 2018. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <https://t-s.today/PDF/06SATS218.pdf> (доступ свободный).

24. Шеин А.И. Исследование пограничной гиперповерхности области устойчивости в осях жесткостей // Транспортные сооружения. 2018. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <https://t-s.today/PDF/09SATS218.pdf> (доступ свободный).

25. Шеин А.И. Оптимальные размеры прямоугольного сечения бруса при косом изгибе // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2016. Том 8. №2. С. 134.

26. Шеин А.И., Земцова О.Г. Оптимизация строительных конструкций. Основы теории и примеры расчета. Учебное пособие. Пенза: ПГУАС, 2014. 123 с.

27. Шейн А.И., Земцова О.Г., Азимова Я.А. Расчёт и оптимизация арматуры композитных систем методом конечных элементов [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.2/at_download/file

28. Шейн А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Наукоедение. 2017. №2. Том 9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf> (доступ свободный).

29. Shein A., Zemtsova O. Method of limited deformations for the calculation of parameters of reinforced concrete structures sections // Ponte. Apr. 2017. Volume 73.Issue 4.

30. Шейн А.И., Земцова О.Г., Бучин Ю.Д. Метод ограниченных деформаций при расчете приопорных участков железобетонных балок и диафрагм жесткости [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mehanika/5.2/at_download/file

31. Чирас А.А. Математические модели анализа и оптимизации упругопластических систем. Вильнюс: Мокслас, 1982. 112 с.