

УДК 53.082.13

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ И  
РЕЗОНАНСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ  
ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ**

*Михайлов Петр Григорьевич,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*доктор технических наук, профессор кафедры «Информационно-  
вычислительные системы».*

*Винничек Екатерина Васильевна,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры «Информационно-  
вычислительные системы»*

**Аннотация**

В статье описаны математические модели (ММ), используемые при проведении прочностных расчетов основного элемента датчика давления – чувствительного элемента, изготовленного из монокристаллического кремния. Представлена методика расчета, использующая линейные математические модели. Рассмотрены аналитические и численные математические модели, по которым оценивалась перегрузочная способность упругих элементов микроэлектронных датчиков давлений. При проведении расчетов учитывалась анизотропия характеристик кремния, как силового материала датчика.

**Ключевые слова:** датчик, давление, упругий элемент, прочность, модель, кремний, резонанс.

# MATHEMATICAL MODELING OF THE STRENGTH AND RESONANCE CHARACTERISTICS OF SEMICONDUCTOR SENSING ELEMENTS OF PRESSURE SENSORS.

*Pyotr Grigorievich Mikhailov,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Doctor of Sciences, Professor of the department “Information and computing systems”*

*Ekaterina Vasilyevna Vinnichuk,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department “Information and Computing Systems”*

## **Abstract**

The article describes the mathematical models (MM) used in the strength calculations of the main element of the pressure sensor – the sensing element made of monocrystalline silicon. The method of calculation using linear mathematical models is presented. Analytical and numerical mathematical models, which were used to estimate the overload capacity of elastic elements of microelectronic pressure sensors, are considered. The anisotropy of the characteristics of silicon as a force material of the sensor was taken into account in the calculations.

**Keywords:** sensor, pressure, elastic element, strength, model, silicon, resonance.

**Введение.** В современных технологических системах и оборудовании, используемых во многих областях науки и техники, применяется большое количество датчиков различных физических величин (ДФВ). Так, например, датчики деформации, давления, наклона и перемещения используются в системах мониторинга и контроля состояния высотных зданий и особо ответственных сооружений (плотины, оболочки ядерных реакторов АЭС, телевизионные вышки и проч.). При этом, как правило, ДФВ являются

несъемными, так как вмонтированы в конструкцию объекта контроля и их невозможно демонтировать для ремонта, поэтому они относятся к категории неремонтопригодных [1, 2]. В связи с этим, ДФВ должны обеспечивать и сохранять свои технические характеристики в течение длительного периода эксплуатации самого объекта (50 и более лет). При этом, основным параметром для ДФВ, используемых в таких критических объектах, как нефте- и газопроводы, оболочки ядерных реакторов, нефтехимическое оборудование и прочих, является их механическая прочность. Это диктуется тем, что даже при сочетании самых неблагоприятных внешних факторов, ДФВ не должен разгерметизироваться или разрушиться, в противном случае это может привести к протечкам через посадочное отверстие газов, нефти, нефтепродуктов, изотопов.

Кроме того, для корректного измерения быстропротекающих и ударных процессов (взрыв, акустические сигналы, кавитация и проч.), которые характеризуются широким частотным диапазоном (рис. 1) необходимо, чтобы резонансная частота колебаний элемента упругого (ЭУ) была, по крайней мере, в 1,5...2 раза выше, чем максимальная частота измеряемого процесса [3, 4].

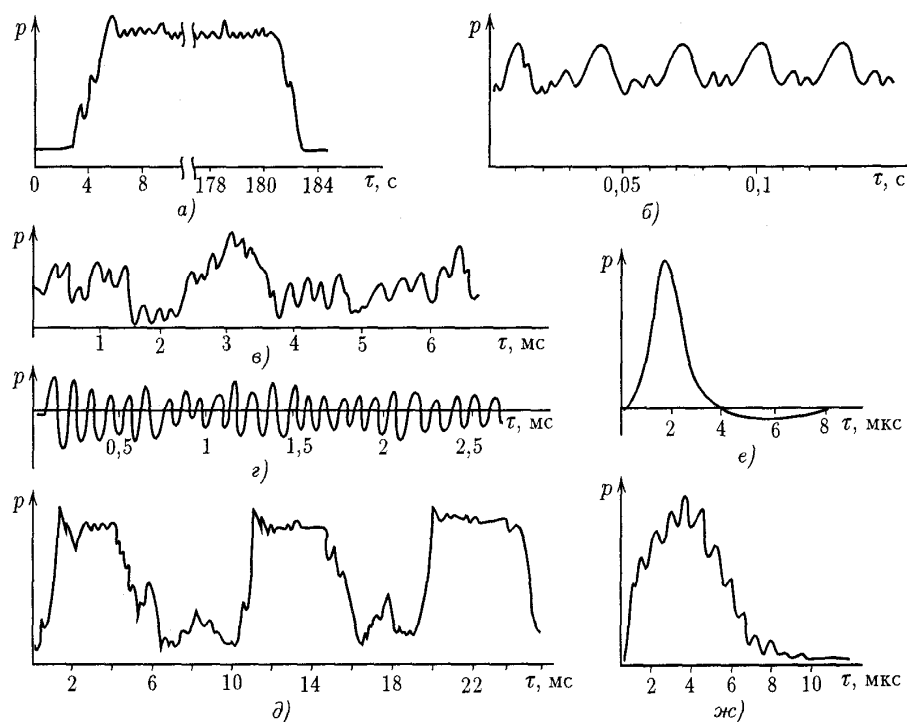


Рисунок 1 - Характер изменения давления во времени:

а - медленноменяющееся давление; б - медленноменяющееся давление,

сопровожаемое пульсацией; в - быстроменяющееся давление с постоянной составляющей; г - быстроменяющееся давление без постоянной составляющей; д - импульсное давление; е, ж - ударное или взрывное давление

При этом резонансная частота ЭУ практически полностью определяется геометрией ЭУ (толщиной и диаметром). Поэтому ее определяют расчетным методом, а затем подтверждают в процессе снятия их амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) на специальном оборудовании [5, 6].

В связи с этим, прочностные расчеты основных элементов и узлов ДФВ, а также определение резонансных свойств ЭУ, являются важными и обязательными как при разработке новых, так и при модернизации существующих ДФВ.

#### 1. Прочностные параметры основных компонентов ДФВ

Прочностные характеристики компонентов датчиков в наибольшей степени обеспечиваются за счет корректного выбора поперечного размера деформируемой части ЭУ кремниевого элемента чувствительного (КЭЧ). КЭЧ, в свою очередь, является основным конструктивным компонентом в структуре современных полупроводниковых преобразователей давления (ППДД).

Кроме того, от поперечного размера ЭУ зависят коэффициент преобразования по давлению, нижний и верхний пределы измерения, коэффициент перегрузки, нелинейность, габариты и проч. Благодаря групповым технологиям профилирования ЭУ, возможно создание ряда ППДД на разные пределы измерения, но одинаковыми массогабаритными параметрами. Возможен также вариант уменьшения габаритов при сохранении постоянной чувствительности к давлению за счет создания в теле ЭУ зон с концентраторами механических напряжений.

Применение подобных конструктивных решений, позволяет на основе одной и той же топологии у КЭЧ, создать целый ряд ППДД на различные диапазоны измерения давления, изменяя лишь один конструктивный параметр прибора - поперечный размер ЭУ [7, 8].

Хотя и КЭЧ и микросхемы изготавливаются по схожим технологиям, на точность и рассеивание параметров ППДД влияет ряд таких дополнительных слабоуправляемых параметров, как точность выполнения формообразующего глубинного травления, качества самого травления (минимальный микрорельеф травимой поверхности) и проч. [9].

Следует отметить, что, из-за значительного различия в физико-химических свойствах изотропных и анизотропных материалов ( $E$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ), прочностные расчеты КЭЧ значительно усложняются, так как в зависимости от кристаллографической ориентации кремниевого ЭУ указанные характеристики в значительной мере будут различаться [10, 11]. Предпочтительным в микроэлектронике является использование кремниевых пластин с плоскостью (100). Для КЭЧ эта плоскость также в наибольшей степени востребована, но также применяют пластины с ориентацией (111), и (110). На рисунке 2 представлена расчетная модель для КЭЧ - профилированного ЭУ.

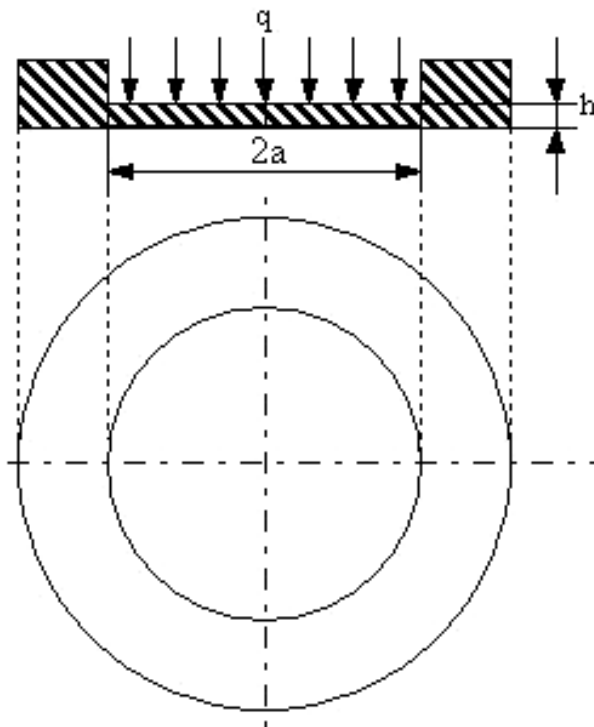


Рисунок 2 – Расчетная модель КЭУ:  $q$  - давление,  $a$ -диаметр упругой части профилированного ЭУ,  $h$  - поперечный размер активной части ЭУ

ММ смещения центра ЭУ, ориентированного в (001) может быть

определена [12]:

$$W_0 = \lambda \cdot \frac{R^4}{h^3} \cdot q, \quad (1)$$

где  $\lambda = 0,131 \cdot 10^{-5}$  [1/Па] - нормирующий коэффициент;

$R = a$  – рабочий радиальный размер ЭЧ, мм;

$h$  - поперечный размер ЭУ, мм;

$q$  - распределенное нагрузочное давление, Па.

Следует отметить следующие начальные условия моделирования:

- периферия ЭУ жестко закреплена;

- диаметр ЭУ значительно превышает ее поперечный размер ( $2a \gg h$ ).

Из (1) также следует, что смещения ЭУ минимальны и составляют не более 20 % от ее поперечного размера  $h$ . Для нахождения числовых значений  $h$  следует определить наибольшую величину механического напряжения, возникающего на периферии ЭУ при  $r = R$ .

Наибольшая величина механического напряжения рассчитывается с использованием ММ:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{r \max} = \frac{3}{4} \cdot \frac{PR^2}{h^2}, \quad (2)$$

здесь  $P$  – приложенное давление, Па.

Выразим из ММ(2)  $h$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R \cdot \sqrt{\frac{P}{\sigma_{\max}}}, \quad (3)$$

Определим наибольшее значение  $\sigma_{\max}$  из ММ:

$$\sigma_{\max} = E_{\min} \cdot \varepsilon_{\max}, \quad (4)$$

здесь  $E_{\min} = 1,3 \cdot 10^{11}$  Н/м - величина модуля Юнга в направлении [011];

$\varepsilon_{\max} = 5 \cdot 10^{-4}$  – максимальная деформация рабочей зоны мембраны.

Подставляя значения модуля Юнга и максимальной деформации в аналитическую ММ (4) для наибольшей величины механического напряжения, получим численную деформационную ММ:

$$\sigma_{\max} = 1,3 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 65 \text{ МПа.}$$

Вычисленное значение механического напряжения подставляем в ММ (3) и рассчитываем значения  $h$  для каждого предела контролируемого давления, вычисленные величины вносим в табл. 1.

Таблица 1 – Расчетные значения поперечных размеров ЭУ

Предел измерения МПа, (кгс/см <sup>2</sup> )	Толщина $h$ , мкм
0,05(0,5)	50 ± 5
0,1(1)	90 ± 10
0,3(3)	120 ± 10
0,5(5)	150 ± 10

Продолжение таблицы 1

0,7(7)	180 ± 10
1,0(10)	220 ± 10
1,4(14)	250 ± 10
2,0(20)	300 ± 10

Как отмечалось выше, необходимо обеспечить надежность работы ППДД. Для этого следует рассчитать запас прочности для ЭУ  $K_{\text{зап}}$ :

$$K_{\text{зап.}} = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{\varepsilon_{\text{пред}}}{\varepsilon_{\text{max}}}, \quad (5)$$

здесь  $\sigma_{\text{пред}}$  - максимально допустимая величина механического напряжения у кремния;

$\varepsilon_{\text{пред}}=1 \cdot 10^{-3}$  – максимально допустимая величина механической деформации у кремния.

Подставив в ММ (5) значения  $\sigma_{\text{пред}}$  и  $\varepsilon_{\text{пред}}$ , получим:

$$K_{\text{зап}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 2,$$

что подтверждает достаточно надежную работу ППДД в процессе эксплуатации.

## 2 Расчет собственной частоты ЭУ

Рассчитаем собственную частоту ЭУ - мембраны КЭЧ по формуле:

$$f_0 = \alpha \cdot \sqrt{\frac{g \cdot S}{\omega \cdot A}}, \quad (6)$$

здесь  $A$  - площадь мембраны  $\text{м}^2$ ;

$S$  - узловые линии;

$g$  - ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;

$\omega$  - вес единицы площади ЭУ, кг;

$\alpha$  - конструктивный коэффициент.

Выразим составляющие (6):

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad \omega = V \cdot \rho \quad ; \quad V = A \cdot h, \quad (7)$$

здесь  $d$  рабочий диаметр мембраны, м;

$\omega$  - вес единицы площади ЭУ;

$V$  - объем круглого ЭУ - мембраны,  $\text{м}^3$ ;

$\rho$  - плотность кремния,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$h$  - толщина ЭУ - мембраны, м;

$A$  - площадь ЭУ,  $\text{м}^2$ ;

Подставив численные значения величин:  $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $h = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  
 $\rho = 2,3283 \text{ кг}/\text{м}^3$  в ММ (7) для составляющих получим:

$$A = 1,256 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2; \quad V = 2,085 \text{ м}^3; \quad \omega = 4,854 \cdot 10^{-5} \text{ кг}.$$

Вставив эти значения в ММ (13) для расчета собственной частоты круглого ЭУ, окончательно получим для:  $S = 1$  (первая мода колебаний)

$$f_0 = 4,261 \cdot \sqrt{\frac{9,8 \cdot 1}{4,8544 \cdot 10^{-5} \cdot 1,256 \cdot 10^{-5}}} = 540,21 \text{ кГц},$$

Полученное значение резонансной частоты оказалось вполне достаточным для измерения большинства динамических процессов (рис. 1).

### Заключение

Как показали инженерные расчеты и последующие испытания



прочностных и резонансных свойств ЭУ ППДД, разработанные аналитические и числовые ММ имеют высокую степень корреляции с экспериментальными данными, полученными при испытаниях лабораторных образцов акустических датчиков [13, 14, 15].

### **Библиографический список:**

1. Проектирование датчиков для измерения механических величин. Под общей редакцией д.т.н., профессора Осадчего Е.П. М.: Машиностроение, 1979.
2. Джексон Р. Новейшие датчики. М.: Техносфера, 2007. 384 с.
3. Датчики теплофизических и механических параметров: справочник в 3 т. Т. 1 / под общ. ред. Ю.Н. Коптева. М.: ИПРЖ, 1998. 458 с.
4. Тихонов А.И., Тихоненков В.А., Мокров Е.А. Упругие элементы датчиков механических величин Уч. пособие. Ульяновск: Типография УлГТУ, 1998. 120 с.
5. Тихоненков В.А., Тихонов А.И. Теория, расчет и основы проектирования датчиков механических величин. Учебное пособие. Ульяновск: Типография УлГТУ, 2000. 452 с.
6. ГОСТ Р 8.596-2002 Государственная система обеспечения единства измерений. Метрологическое обеспечение измерительных систем. Основные положения.
7. Ваганов В. И. Интегральные тензопреобразователи. М.: Энергоатомиздат, 1983. 136 с.
8. Chiao J. C. MicroElectroMechanical System (MEMS) RF Systems // [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.uta.edu>.
9. Михайлов П.Г. Микроэлектронные датчики, особенности конструкций и характеристик // Приборы и Системы. Управление, Контроль, Диагностика. 2004. № 6. С. 38-41.

10. Ожикенов К.А., Михайлов П.Г., и др. Общие вопросы моделирования компонентов и структур микроэлектронных датчиков // Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан. 2014. №6. С. 27-34.

11. Най Дж. Физические свойства кристаллов и их описание с помощью тензоров и матриц. М.: Мир, 1967. 385 с.

12. Михайлов П.Г., Лапшин В.И., Сергеев Д.А. Моделирование и конструирование кремниевых чувствительных элементов емкостных датчиков давлений // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2013. № 5. С. 128-133.

13. Михайлов П.Г., Мокров Е.А. Особенности метрологического обеспечения современных датчиков пульсаций давления // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. №5(130). С. 174-179.

14. Михайлов П.Г., Ожикенов К.А., Касимов А.О., Аналиева А.У. Узлы и компоненты микроэлектронных датчиков // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2015. №3(164). С. 184-193.

15. Волков В.С., Баринов И.Н. Методы экспериментального исследования метрологических характеристик изделий на основе технологий микромеханики / Методические указания к выполнению курсовых и лабораторных работ. Пенза, 2013. 24 с.