

УДК.624.04.

**ОБОБЩЕННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
ХАРАКТЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ И УЗЛОВ СТУПЕНЧАТЫХ СТОЕК В
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СТАДИИ РАБОТЫ**

Зернов Владимир Викторович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Зайцев Михаил Борисович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».

Юсеев Руслан Ринатович,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

студент

Аннотация

В статье представлена методика определения перемещений характерных сечений и узлов ступенчатых стоек в упругопластической стадии работы. Усовершенствованная формула более общая и применима для практических расчетов по определению перемещений характерных сечений и узлов любой стержневой системы, работающей в упругопластической стадии работы.

Ключевые слова: стержневая система, ступенчатая стойка, внецентренножатая колонна, упруго-пластическая стадия, расчетная продольная сила, перемещение узлов.

A GENERALIZED FORMULA FOR DETERMINING THE DISPLACEMENTS OF CHARACTERISTIC SECTIONS AND NODES OF STEP RACKS IN THE ELASTIC-PLASTIC STAGE OF WORK

Zernov Vladimir Victorovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".

Zaytsev Mihail Borisovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Candidate of Sciences, Associate Professor of the department "Mechanics".

Yuseev Ruslan Rinatovich,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

student

Abstract

The article presents a method for determining the movements of characteristic sections and nodes of step racks in the elastic-plastic stage of work. The improved formula is more general and applicable for practical calculations to determine the displacements of characteristic sections and nodes of any rod system operating in the elastoplastic stage of operation.

Keywords: rod system, stepped rack, off-center compressed column, elastic-plastic stage, calculated longitudinal force, displacement of nodes.

Перемещения характерных сечений и узлов в рамках со ступенчатыми стойками можно определить по общему алгоритму, с использованием метода конечных элементов [1, 2]. В некоторых случаях эти перемещения можно определить путем составления и интегрирования дифференциального уравнения вида

$$EI_{np}v'' + Nv = M,$$

где I_{np} - приведенный момент инерции, определяемый по первому расчетному сечению относительно центра тяжести действительного сечения [3, 4].

Таких уравнений необходимо составить для каждой ступени стойки и при интегрировании использовать условия сопряжения на границах отдельных участков (ступеней) стойки. С учетом переменности сечения при работе стойки в упругопластической стадии работы решение можно выполнить путем деления стержня на отдельные участки.

Для практических расчетов желательно иметь общую, пусть приближенную, формулу для определения и проверки перемещений в характерных сечениях и стойках. Такое решение в виде общей формулы можно получить, если задаться формой изогнутой оси стержня. Для этого изогнутую ось колонны примем в общем виде, составленной из отрезков нескольких синусоид, имеющих каждая свою высоту и длину волны. На участках между двумя смежными по длине стойки точками перегиба форму оси принимаем в виде полуволны синусоиды

$$v = f_x \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{l_x}\right) \quad (1)$$

Искривление оси сжато-изогнутого стержня по синусоиде может иметь место при условии постоянного сечения по длине стержня и отсутствия в сечениях между опорами поперечных нагрузок. В общем случае оба эти условия не соблюдаются. Однако, обычно сжато-изогнутые стержни несут лишь концевые нагрузки. Сравнительные расчеты показывают, что принятые формы искривленной оси по синусоиде дают достаточную для практики точность, во всяком случае, для стержней из строительных сталей [5].

На основании этих соображений принимаем, что искривление оси внецентренносжатого стержня происходит по полуволне синусоиды, а момент инерции поперечного сечения на этом участке считаем постоянным и равным расчетному моменту I_2' в среднем, наиболее напряженном, сечении.

В частности для верхней ступени колонны (Рисунок 1), для определения перемещений в произвольном сечении можно записать

$$v = f_1 - \frac{(f_1 - f_2)}{h_2} z + f_2^n \cdot \sin\left(\frac{\pi z}{h_2}\right)$$

где f_1 и f_2 - перемещения расчетных сечений колонны 1 и 2, определяются из расчета всей рамы с учетом деформированной схемы; f_2^M - высота полуволны синусоиды на длине h_2 .

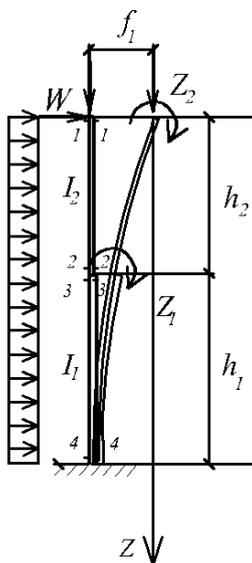


Рисунок 1 - Расчетная схема колонны

Уравнения

$$v_c'' = \frac{M_p}{EI_1} = \frac{N(e_0 + f - a_\eta)}{EI}, \text{ и}$$

$$\frac{1}{\rho} = v_c'' = \frac{\pi^2}{l^2} f$$

решим относительно максимального прогиба

$$f = \frac{N}{N_1} (e_0 + f - a_\eta), \quad (2)$$

где $N_1 = \pi^2 EI_1 / l^2 = N'_{кр}$ - некоторая приведенная критическая нагрузка, соответствующая первому расчетному сечению; a_η - дополнительный эксцентриситет, возникающий из-за несовпадения центров тяжести расчетного и действительного сечения. Этот эксцентриситет можно исключить из этого равенства, используя зависимость

$$M_p = M - N \cdot a_\eta,$$

где M - момент в расчетном сечении относительно центра тяжести действительного сечения. Тогда из равенства (2) можно получить более удобную обобщенную формулу

$$f = \frac{f_0}{1 - N / N'_{кр}}, \quad (3)$$

где для внецентренножатой стойки

$$f_0 = \frac{Ml^2}{\pi^2 EI_1} \approx \frac{Ml_0}{8EI_1}, \quad (4)$$

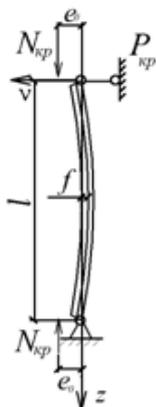
поперечный прогиб посередине высоты, определяемый без учета продольной силы.

Отметим, что в формуле (3) N - расчетная продольная сила в рассматриваемой сжатой стойке (колонне). Эта формула применима и для определения перемещений узлов рамы и характерных сечений ступенчатых колонн в критическом состоянии. Тогда необходимо принять $N = N_{кр}$ и получим

$$f = f_0 / (1 - N_{кр} / N'_{кр}) \quad (5)$$

Покажем решение задачи для внецентренножатой стойки с расчетным эксцентриситетом e_0 (Рисунок 2а).

а)



б)

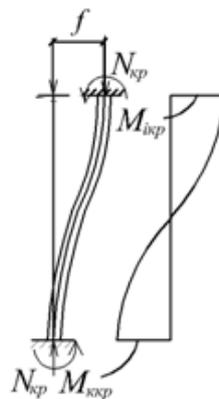


Рисунок 2 – Внецентренножатая стойка

К этому случаю относится также сжатая стойка с верхним свободно смещающимся концом (Рисунок 2б). Работа такой стойки близка по характеру деформации с работой верхней ступени стойки рамы, у которой жесткость ригеля значительно больше жесткости стойки.

Допустим, что действительная диаграмма работы стали ($\sigma - \varepsilon$) заменяется идеализированной диаграммой Прандтля. Такое допущение обычно принимается при расчете металлических конструкций из пластичной стали.

Для рассматриваемых стоек с развитием пластических деформаций только в части сечения, изогнутая ось с небольшой погрешностью может быть принята по полуволне синусоиды в виде (1).

Прогиб по середине высоты стойки, выражение которого может быть определено из равенства кривизны с деформированным состоянием в сечении стойки посередине высоты (Рисунок 2а)

$$\frac{1}{\rho_c} = v_2'' = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h} = \frac{M_p}{EI_1} = \frac{\pi^2}{l^2} f, \quad (5)$$

где ε_1 и ε_2 - относительные деформации фибровых волокон сечения стойки шириной h . Подставляя в это равенство v'' по (1) и решая полученное уравнение относительно f , получим также формулу вида (3)

Зависимость вида (3) для определения поперечного прогиба внецентренножатой колонны в упругопластической стадии работы впервые была получена профессором А.В. Геммерлингом, но она была представлена в несколько иной форме и применима только для внецентренножатой колонны [6]:

$$f = \frac{m_0}{N_{кр}' / N - 1}, \text{ где } m_0 = e_0.$$

Усовершенствованная формула (3) более общая и применима для практических расчетов по определению перемещений характерных сечений и узлов любой стержневой системы, работающей в упругопластической стадии работы.

Формула (3) для определения перемещений по виду проста, но в этой формуле $N'_{кр} = N_1$ зависит от формы сечения и вида диаграммы $\sigma - \varepsilon$ в пластической стадии работы. Поэтому для криволинейной формы этой диаграммы определение $N'_{кр} = N_1$ связано с большими трудностями и может быть выполнено численным методом с применением ПЭВМ.

Выводы:

1. Представлена общая приближенная формула для определения перемещений характерных сечений и узлов ступенчатых стоек в упругопластической стадии работы.

2. Полученная усовершенствованная формула применима для практических расчетов по определению перемещений характерных сечений и узлов любой стержневой системы, работающей в упругопластической стадии работы.

Библиографический список:

1. Зернов В.В. Определение критической нагрузки для стропильных ферм в упругой и упругопластической стадиях работы / В.В. Зернов, М.Б. Зайцев, Н.Н. Ласьков [Электронный ресурс] // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 4. С. 85–89.

2. Монахов В.А. Методы численного расчета сжатых стержней на устойчивость / В.А. Монахов, М.Б. Зайцев, Д.А. Бураева [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no4/stroitelnyamehanika/4.5/at_download/file

3. Зернов В.В. Анализ устойчивости стержневых систем в упругопластической стадии работы / В.В. Зернов, М.Б. Зайцев, Ю.В. Анурьева [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6.

URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no6/stroitelnyamehanika/6.4/at_download/file

4. Зернов В.В. Определение предельной нагрузки для сжатого искривленного стержня фермы с учетом развития пластических деформаций сечения и реальных условий закрепления в узлах / В.В. Зернов, М.Б. Зайцев [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no2/stroitelnye-konstrukcii-zdaniya-isooruzheniya/2.17/at_download/file.

5. Раевский А.Н. Проверка несущей способности металлических ферм с учетом искривлений отдельных элементов / А.Н. Раевский, М.Б. Зайцев // Известия вузов. Строительство. 1999. № 12. С. 4–9.

6. Геммерлинг А.В. Несущая способность стержневых стальных конструкций. М.: Госстройиздат, 1958. 207 с.