

УДК 624.04

ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ОПТИМИЗАЦИИ АРМАТУРЫ КОМПОЗИТОВ

Шацкая Галина Сергеевна,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,
аспирант.*

Аннотация

Дан краткий обзор истории развития теории оптимизации. Приведены исследования советских, российских и зарубежных ученых в области оптимизации. Описываются методы оптимизации арматуры конструкций из композитных материалов.

Ключевые слова: оптимизация, арматура, железобетонные конструкции, фибробетон.

OVERVIEW OF RESEARCHES IN THE FIELD OF OPTIMIZATION OF THE REINFORCEMENT IN STRUCTURES FROM COMPOSITE MATERIALS

Shatskaya Galina Sergeevna

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,
post-graduate student.*

Abstract

A brief review of the history of the development of optimization theory is given. The research of Soviet, Russian and foreign scientists in the field of optimization is presented. Methods for optimizing the reinforcement of structures made of composite materials are described.

Keywords: optimization, reinforcement, reinforced concrete structures, fiber-reinforced concrete.

Краткий обзор работ.

Вопросы оптимизации встречаются в научных трудах со времен Эвклида, который описал способы построения наибольшего и наименьшего из отрезков, соединяющих данную точку с окружностью. Позднее в XVII веке Пьер Ферма предложил метод максимума и минимума. На основе его метода, в XVIII веке ученые Даниил Бернулли, Леонард Эйлер, Жозеф Л. Лагранж и в XIX веке ученые Карл Вейерштрасс и Карл Г.Якоби представили работы по вариационному исчислению.

Позднее, в связи с созданием и внедрением первых ЭВМ, решение задач оптимизации производилось методом линейного программирования. Основоположниками данного метода были: Л.В. Канторович и Дж. Данциг. Дж. Данциг разработал симплекс- метод. Благодаря простоте, этот метод стал одним из самых распространенных при решении задач линейного программирования.

1950-е и последующие годы были ознаменованы практическим применением фундаментальных теоретических основ по теории оптимизации при помощи ЭВМ. Большой вклад в развитие теории оптимизации внесли: Р. Беллман и его метод динамического программирования, в котором характеристики системы зависят от времени, а также советский математик Понтрягин Л.С. с работой «Математическая теория оптимальных процессов», в основе которой лежит принцип максимума и вариационное исчисление. В 60-е годы зародилось альтернативное направление решения задач оптимизации с помощью метода внутренних точек, представленного И.И. Дикиным.

Ценность теории оптимизации заключается в ее универсальности и возможности применения в различных областях. В инженерной практике, оптимизационные задачи требуют больших вычислительных ресурсов, поэтому такие задачи реализованы при помощи ЭВМ.

Методы решения задач оптимизации большой размерности подразделяются на: декомпозиционные принципы, метод блочной факторизации и мультипликативный симплекс- метод. Также решение задач

оптимизации возможно при помощи поэтапного математического программирования. Для упрощения оптимизационных расчетов, возможно разбиение их на несколько этапов. К примеру, на первом этапе производятся расчеты конструкций по предельным состояниям. Затем, оценивается надежность механической системы. На третьем этапе подбираются оптимальные параметры конструкций, исходя из критериев прочности, надежности, минимального веса или стоимости.

Декомпозиция — метод, использующий структуру задачи и позволяющий заменить решение одной большой задачи решением серии меньших задач. Метод декомпозиции применяется, в основном, при решении оптимизационных задач для сложных конструкций. Данный метод используется в трудах Геммерлинга А.В. [15], Гордеева В.Н. [19], Олькова Я.И. [36], Складнева Н.Н. [48], Беляев Л.С. [10].

Большой вклад в развитие теории оптимизации внесли Арора С., Баничук Н.В., Виноградов А.И., Геминтерн В.И. Рафаэль Т. Хафтка, Прагер В., Абовский Н.П., Дыховичный Ю.А., Рафаэль Т. Хафтка, Ольхофф Н. и другие. Прагер в своей монографии «Основы теории оптимального проектирования» рассматривает оптимизацию ферменных конструкций. А Баничук Н.В. охватывает большой спектр задач, включающий оптимизацию стержней, пластин, оболочек и форм упругих тел.

Задача оптимального проектирования стержневых систем по критерию устойчивости рассматривается в трудах Н.В. Баничука [7], А.И. Шеина [58], Ляховича Л.С., Ижендеева А.В. [31], Янькова Е.В. [71]. Решение задачи, построенное в замкнутой аналитической форме из условий устойчивости удалось получить Баничуку Н.В. и Шеину А.И. Оптимизация конструкций по критерию надежности описана в монографиях Долганова А.И., Почтмана Ю.М.

Вопросы оптимизации конструкций, подверженных динамическим нагрузкам, рассматривали Бондаренко В.М. [12], Чирас А.А., Чижас А.П. и другие.

Оптимизации металлических конструкций посвятили свои труды Гордеев В.Н., Ольков Я.И., Холопов И.С., Трофимович В.В.

Некоторые оптимизационные задачи, связанные с построением устойчивых динамических систем вторым методом Ляпунова приведены в работе Анициферова Е.Г. [3] В монографии Батищева Д.И. Задача оптимального проектирования формулируется как детерминированная задача нелинейной параметрической оптимизации [9]. Проблему и развитие методов оптимального проектирования в своих трудах описали Виноградов А.И. [14] и Геммерлинг И.Г. [15].

Оптимизация упругих систем рассматривалась в монографии Малкова В.П. [33]. Данный подход решения задач позволяет определить несущую способность конструкции, но не позволяет найти их истинный запас прочности. Для этого, необходимо решать задачу оптимизации с учетом упруго-пластических деформаций в системе. Учет пластических свойств материала и параметров напряженно-деформированного состояния является важным этапом в совершенствовании методов расчета конструкций, это отражено в работах Гринева А.Б. и Филиппова А.П. [21], [22].

В XXI веке четко проявляются новые тенденции в создании строительных конструкций. К примеру, для создания ответственных сооружений все чаще используют композитные материалы, поэтому современные исследования в области оптимизации направлены на конструкции из композитных материалов. Композитный материал состоит из двух структур — армирующего вещества и матрицы. Механические свойства композитного материала (прочность и упругость) определяются соотношением армирующего вещества и матрицы.

Исследованием оптимизации композитных материалов занимались многие советские, российские и зарубежные ученые. Многочисленные публикации по этой теме появились в середине XX века и исследования в этой области продолжают по сей день. Большой вклад в оптимизацию композитных материалов внесли Бунаков В.А., Боровских И.В., Герасимов И.Н., Васильев А.Е., Юрченко С.А., Д. Малдон, Долганов А.И., Казлитина О.В.,

Краковский М., Мироненко, И. В., Нетрусов А.Н., Фомин В.М., Польской П.П., Маилян Д.Р., Прохоров С.В., Рабинович Ф.М., Ракитченко К.С., Сербиновский П.А., Складнев Н.Н., Смердов А.А., Уткин В.С., Соейро А.В., Серпик И.Н., Муймаров К.В., Швачко С.Н.

В работе Боровских И.В. [11] решена задача оптимизации конструкции надоконных перемычек и буроинъекционных свай из тонкозернистого базальтофибробетона. В результате, натурные испытания перемычек показали увеличение их несущей способности в 1.5 раза, а снижение их себестоимости по сравнению с перемычками из железобетона составила 26%. Себестоимость свай удалось снизить на 19% в результате экономии стальной арматуры, при этом их прочность на изгиб увеличилась в 1.6 раза, а прочность на сжатие увеличилась на 60%.

В работе Герасимова И.Н., Васильева А.Е., Юрченко С.А. «Автоматизация процесса разработки новых эффективных железобетонных конструкций» [18] дан общий алгоритм разработки новых эффективных железобетонных конструкций с этапами его возможной автоматизации. Программы написаны на алгоритмических языках БЭЙСИК и ФОРТРАН, реализованы на –ЭВМ.

В работе Долганова А.И. [25] решены задачи оптимизации реальных конструкций по критерию надежности, также автор отметил, что при расчете сооружений необходимо учитывать не только упругие, но и пластические свойства материалов конструкций. В обычных и предварительно напряженных конструкциях перед их разрушением происходит образование пластического механизма, при котором в системе происходят необратимые деформации. Также, автором разработан алгоритм расчета надежности конструкций с учетом требований двух групп предельных состояний. В работе показано, что анализ надежности структурно-сложных строительных систем можно эффективно провести с помощью логико-вероятностных методов. Автор добился экономии рабочей арматуры на одну секцию 9-этажного здания 122-серии в размере 2720 кг, что составляет около 30%.

Большое число работ посвящено оптимизации статически неопределимых железобетонных систем. Одна из таких публикаций принадлежит Мироненко И.В. В работе исследовались оптимизация трехпролетной железобетонной балки на основе эволюционного моделирования и анализ характера сходимости генетического алгоритма. В результате получено, что алгоритм оптимизации, основанный на генетической итерационной схеме, позволяет получать достаточно стабильные результаты и имеет высокую скорость сходимости итерационного процесса.

В статье Нетрусова А.Н. и Фомина В.М. рассмотрено компрессорное колесо из композитного материала. Для оптимизации конфигурации системы использовался метод Гаусса-Зейделя. На каждом шаге оптимизации решалась задача теории термоупругости анизотропных сред методом конечных элементов. В ходе исследования установлено, что максимальный запас прочности колеса 1,15 достигается при определенной в расчете доле волокна в композите. Деформации колеса с вышеприведенными параметрами остаются на допустимом уровне.

Статья Прохорова С.В. посвящена оптимизации армирования железобетонных колонн нижних этажей. Колонны нижних этажей являются самыми нагруженными, чтобы повысить их прочность, автор вводит кроме продольных стержней армирования, косвенную арматуру в виде часто расположенных сеток или спиралей, которые создают эффект обоймы и повышают прочность сжатой зоны бетона.

В статье Сербиновского П.А. и Д.Р. Маиляна рассмотрена разработка оптимальных конструкций усиления многопустотных плит для обеспечения надежного восстановления и увеличения несущей способности, безопасной эксплуатации плит и минимизации стоимости и трудоемкости работ. В результате проделанной работы, удалось добиться экономии материалов до 44%.

Применение вероятностных методов расчета железобетонных конструкций отмечено в трудах таких ученых как, Краковский М.Б., Складнев Н.Н., Савицкий Н.В. и другие.

Смердов А.А. - д.т.н., профессор каф. «Космические аппараты и ракетоносители» МГТУ им. Баумана проводил исследования в области оптимального проектирования конструкций из композитных материалов. Особый интерес представляют его работы [49] и [50]. В них изложены основы теории оптимального проектирования композитных материалов и конструкций. Описана иерархия задач оптимального проектирования.

В статье Уткина В.С. рассматривается проблема оптимизации армирования сжатых областей железобетонных элементов. Предлагается в порядке обсуждения рассмотреть предложения более рационального армирования железобетонных колонн и балок.

Все чаще в задачах оптимизации конструкций используют генетические алгоритмы. Среди ученых, которым удалось решить задачу оптимизации железобетонных плит перекрытия при помощи генетического алгоритма значатся Серпик И.Н., Муймаров К.В., Швачко С.Н

Среди зарубежных ученых, которые занимались проблемой оптимизации конструкций из композитных материалов следует выделить Соейро А.В. В статье предложено решение задачи оптимизации железобетонных рам с помощью метода множителей Лагранжа.

В настоящее время для эффективного решения задач оптимизации разработаны различные компьютерные программы и комплексы. Среди них такие математические пакеты как Matlab, Maple, Scilab и другие. Они значительно упрощают процесс решения оптимизационных задач.

Библиографический список:

1. Абовский Н.П. Управляемые конструкции и нейроподобные системы // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов II-го Всерос. семинара-Новосибирск: НГАСУ, 1998 -С. 11 25.

2. Андерсон М.С., Ж.-Л. Арман, Дж. С. Арора и др. /Новые направления оптимизации в строительном проектировании / ; Под ред. Э. Атрека и др.; Пер. с англ. К.Г. Бомштейна.-М.: Стройиздат, 1989 592 с.
3. Анциферов Е.Г. Некоторые оптимизационные задачи, связанные с построением устойчивых динамических систем вторым методом Ляпунова-В кн.: Методы оптимизации и их приложения- Новосибирск: Наука,1982,-С. 3-22.
4. Арман Ж.-Л. Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций М.: Мир, 1977,- 142 с.
5. Anthony George Maldon Michell The limits of economy of material in frame-structures // Philosophical Magazine, 1904. Vol. 8(47), p. 589–597.
6. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций,- М.: Наука, 1986303 с.
7. Баничук Н.В. Оптимизация устойчивости стержня с упругой заделкой // Изв. АН СССР. МТТ,- 1974,- № 4,- С. 150 154.
8. Баничук Н.В. Оптимизация форм упругих тел М.: Наука, 1980 - 256 с.
9. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимального проектирования- М.: Сов. радио, 1975.-216 с.
10. Беляев Л.С. Решение сложных оптимизационных задач в условиях неопределенности-Новосибирск: Наука, 1978 126 с.
11. Боровских И.В. Высокопрочных тонкозернистый базальтофибробетон: Автореф. дис. канд. техн. наук Казань 2009-21с.
12. Бондаренко В. М. Вопросы энергетической оптимизации железобетонных конструкций при динамическом нагружении // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2015. №5.
13. Бунаков В.А. Оптимальное проектирование конструкций из композиционных материалов : Учеб. пособие / В. А. Бунаков, В. Б. Маркин; Алт. гос. техн. ун-т им. И. И. Ползунова. - Барнаул : Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 1994. - 57 с.

14. Виноградов А.И. Проблема оптимального проектирования в строительной механике. Харьков: Высшая школа, 1973. — 168 с. Цикл лекций.
15. Геммерлинг И.Г. Развитие методов оптимизации и расчета на устойчивость упругих стержневых систем: автореферат дис. кандидата физико-математических наук : 01.02.04 / Моск. гос. ин-т электроники и математики. - Москва, 1996. - 15 с.
16. Геминтерн В.И., Каган Б.М. Методы оптимального проектирования,- М.: Энергия, 1980,- 160 с.
17. Герасимов Е.Н. /Задачи оптимизации в механике твердого деформируемого тела и теории проектирования инженерных конструкций: Учеб. пособие /- Ижевск: Из-во ИМИ, 1979,- 80 с.
18. Герасимов И.Н., Васильев А.Е., Юрченко С.А. Автоматизация процесса разработки новых эффективных железобетонных конструкций Казань: Издательство Казанского Государственного Университета, 1989.-316 с.
19. Гордеев В.Н. Оптимизация строительных металлоконструкций в системах автоматизированного проектирования : диссертация доктора технических наук : 05.23.01. - Москва, 1982. - 363 с. : ил.
20. Гребенюк Г.И., Попов Б.Н., Яньков Е.В. Основы расчета и оптимизации конструкций с использованием метода конечных элементов: Учебное пособие Новосибирск: Изд-во НИСИ им. В.В. Куйбышева, 1992 - 96 с.
21. Гринев В.Б., Филиппов А.П. Оптимальное проектирование конструкций, имеющих заданные собственные частоты // Прикладная механика-1971,- Т. 7,- Вып. 7,- С. 19 25.
22. Гринев В.Б., Филиппов А.П. Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам Киев: Наукова думка, 1975 - 294 с.
23. Долганов А.И. Оптимизация мостовых железобетонных балок по критерию надежности // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов II Всероссийского семинара Новосибирск: НГАСУ, 1998,-С. 59-62.

24. Долганов А.И., Даниелов Э.Р. К вопросу об оптимизации строительных систем по критерию надежности // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов III-го Всерос. семинара: В 2-х томах-Новосибирск: НГАСУ, 2000,- Т. 1,- С. 69-75.

25. Долганов А. И. Оптимизация железобетонных сооружений и конструкций по критерию надежности [для условий Магаданской области] : Автореф. дис. ... д-ра техн. наук / А. И. Долганов. - М., 2000. - 47 с.

26. Дыховичный Ю.А. Оптимальное строительное проектирование- М.: Стройиздат, 1990- 303 с.

27. Краковский М., Оптимизация армирования железобетонных плит, [Электронный ресурс]. URL: [https://yandex.ru/search/?clid=2186620&text=Краковский М%2C Оптимизация армирования железобетонных плит%2C Электронный ресурс%2C Опубликовано%3A 20 окт.](https://yandex.ru/search/?clid=2186620&text=Краковский+М%2C+Оптимизация+армирования+железобетонных+плит%2C+Электронный+ресурс%2C+Опубликовано%3A+20+окт.)

28. Лазарев И.Б. Основы оптимального проектирования конструкций. Задачи и методы Новосибирск: Сибирская государственная академия путей сообщения, 1994.-296 с.

29. Лазарев И.Б., Круглов А.И., Редьков Е.В. Поэтапная оптимизация с использованием аппроксимаций состояния конструкций. Численные методы расчета и оптимизации строительных конструкций: Сб. науч. тр. / ГОССТРОЙ СССР, ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко ; - М. : [б. и.], 1989. - 196 с.

30. Лозбинев Ф.Ю., Лозбинев В.П. Определение оптимальных параметров сечений стержней в статически неопределимых несущих конструкциях // Строительная механика и расчет сооружений,- 1991,- № 6 С. 86 - 90.

31. Ляхович Л.С., Ижендеев А.В. Оптимизация стержневых систем с ограничениями по прочности и устойчивости плоской формы изгиба при действии многопараметрических нагрузок // Изв. вузов. Стр-во- 1998-№ 7.- С. 11-14.

32. Малков В.П. Оптимизация упругих систем / В. П. Малков, А. Г. Угодчиков. - М. : Наука, 1981. - 288 с.

33. Мацюлявичюс Д. А. Алгоритм поисковых гипотез в задачах оптимизации конструкций [Текст] : Докл. на пленарном заседании. - Вильнюс : [Вильнюс. инж.-строит. ин-т], 1974. - 16 с. - (Материалы всесоюзной конференции "Проблемы оптимизации в механике твердого деформируемого тела". (Вильнюс, 4-6 июня 1974 г.)/ Вильнюс. инж.-строит. ин-т; 2).
34. Мироненко, И. В. Анализ сходимости эволюционной оптимизации железобетонных конструкций [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2011. №4.
35. Нетрусов А.Н., Фомин В.М. Оптимизация армирующего слоя компрессорного колеса из композиционного материала турбокомпрессора ДВС. Научноград наука производство общество. 2018. № 2 (16). С. 50-55.
36. Ольков Я.И., Холопов И.С. Оптимальное проектирование металлических предварительно напряженных ферм.-М.: Стройиздат, 1985 155 с.
37. Ольхофф Н. Оптимальное проектирование конструкций- М.: Мир, 1981,- 280 с.
38. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций и тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 521012003)
39. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (Актуализированная редакция СНиП 52012003).
40. Польской П.П., Д.Р. Маилян Универсальный метод подбора композитной арматуры для изгибаемых элементов Инженерный вестник Дона, №4 (2016), 10 с.
41. Почтман Ю.М., Пятигорский З.И. Расчет и оптимальное проектирование конструкций с учетом приспособляемости М.: Наука, 1978 - 208 с.
42. Почтман Ю.М., Харитон Л.Е. Оптимальное проектирование конструкций с учетом надежности // Строительная механика и расчет сооружений,-1976,-№ 6,-С. 8 15.

43. Прагер В. Основы теории оптимального проектирования конструкций,-М.: Мир, Механика (новое в зарубежной науке), 1977.- № П.- 112 с.
44. Прохоров С.В. Оптимизация арматуры сильно нагруженных железобетонных колонн со случайными эксцентриситетами // Известия КазГАСУ, 2008. №1(9).
45. Рабинович Ф.М. Композиты на основе дисперсно армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технология, конструкции :. М изд. АСВ, 2004. -560 с.
46. Ракитченко К.С. Фибробетон с использованием композитных вяжущих и сырьевых ресурсов КМА для ремонта мостовых конструкций: Автореф. дис. . канд. техн. наук Белгород , 2011-26с.
47. Сербиновский П.А., Д.Р. Маилян Оптимизация конструкций усиления многопустотных плит перекрытия. Инженерный вестник Дона, №2 (2016), 10 с.
48. Складнев Н.Н. Особенности применения вероятностных методов для расчета и оптимизации проектирования железобетонных конструкций: Сб. научн. тр. / МИСИ им. В.В. Куйбышева,- 1981.- № 185,- С. 44-59.
49. Смердов А.А. Основы оптимального проектирования композитных конструкций — М: изд. МГТУ им.Баумана — 2006, -С. 88.
50. Смердов А.А., Зиновьев П.А. Оптимальное проектирование композитных материалов — М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. -103 с.
51. Трофимович В.В. Оптимизация металлических конструкций : [Учеб. пособие для вузов по спец. "Пром. и гражд. стр-во"] / В. В. Трофимович, В. А. Пермяков. - Киев : Вища шк., 1983. - 199 с.
52. Уткин В.С. Оптимизация армирования несущих железобетонных конструкций в сжатой зоне бетона [Электронный ресурс] // Технологии бетонов. 2014. №5. С. 52-53. URL: <https://rucont.ru/efd/396219>.
53. Elements of structural optimization / by Raphael T. Haftka and Zafer Gurda. — 3rd rev. and expanded ed., 1992, p.502.

54. Холопов И.С. Оптимизация металлических конструкций // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов II-го Всеросс. семинара,-Новосибирск: НГАСУ, 1998,- С. 110 120.
55. Хупфер П., Юрьев А.Г. Оптимизация строительных конструкций на основе иерархической вероятностной модели // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов III-го Всерос. семинара: В 2-х томах,- Новосибирск: НГАСУ, 2000,- Т. 1,- С. 166 172.
56. Чирас А.А. Методы линейного программирования при расчете упруго-пластических систем [Текст] / А. А. Чирас, проф. д-р техн. наук. - Ленинград : Стройиздат, [Ленингр. отд-ние], 1969. - 198 с.
57. Шеин А.И. Оценка напряженно-деформированного состояния и оптимизация железобетонных колонн // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Сб. докладов III-го Всерос. семинара: В 2-х томах-Новосибирск: НГАСУ, 2000,- Т. 2,- С. 132 139.
58. Шеин А.И. Основы оптимизации строительных конструкций. Учебное пособие. Рекомендовано УМО вузов РФ по строит. Образованию. Пенза: Пензенская ГАСА, 2000. 106 с.
59. Шеин А.И. Оптимизация несущих конструкций каркасных зданий. // Промышленное и гражданское строительство. 2002. №12.
60. Шеин А.И., Шмелев Д.А. Оптимизация размеров двутавровой балки из условия жесткости и ограничения касательных напряжений // Сб. докладов. Часть II., Студенческая наука- интеллектуальный потенциал XXI века. Пенза: ПГУАС, 2008.
61. Шеин А.И., Земцова О.Г. Оптимизация многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. 2010. №1(13).
62. Шеин А.И. Замкнутое решение задачи оптимизации многоэтажных рамных систем из условия устойчивости // Транспортные сооружения. 2018. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <https://ts.today/PDF/06SATS218.pdf> (доступ свободный).

63. Шейн А.И. Исследование пограничной гиперповерхности области устойчивости в осях жесткостей // Транспортные сооружения. 2018. №2. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <https://ts.today/PDF/09SATS218.pdf> (доступ свободный).

64. Шейн А.И. Оптимальные размеры прямоугольного сечения бруса при косом изгибе // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2016. Том 8. №2. С. 134.

65. Шейн А.И., Земцова О.Г. Оптимизация строительных конструкций. Основы теории и примеры расчета. Учебное пособие. Пенза: ПГУАС, 2014. 123 с.

66. Шейн А.И., Земцова О.Г., Азимова Я.А. Расчёт и оптимизация арматуры композитных систем методом конечных элементов [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanicspguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no6/stroitel'naya-mehanika/6.2/at_download/file

67. Шейн А.И. Метод ограниченных деформаций при решении проектной задачи для железобетонных конструкций // Наукоедение. 2017. №2. Том 9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/08TVN217.pdf> (доступ свободный).

68. Shein A., Zemtsova O. Method of limited deformations for the calculation of parameters of reinforced concrete structures sections // Ponte. Apr. 2017. Volume 73.Issue 4.

69. Шейн А.И., Земцова О.Г., Бучин Ю.Д. Метод ограниченных деформаций при расчете приопорных участков железобетонных балок и диафрагм жесткости [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mehanika/5.2/at_download/file

70. Шейн А.И., Азимова Я.А. Оптимизация арматуры железобетонных конструкций в условиях плоского напряженного состояния [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2019. №9. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader. URL: <http://mechanicspguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no-9-aprel-2019/stroitel'naya-mehanika/9.5/view> (доступ свободный).
71. Яньков Е.В. Оптимизация стержневых систем с варьированием граничных условий: Автореф. дис. . канд. техн. наук Новосибирск, 2000-18с.
72. Soeiro A.V. OPTIMIZATION OF REINFORCED CONCRETE FRAMES USING INTEGRATED ANALYSIS AND RELIABILITY. Degree: Ph.D.DegreeYear: 1989 Institute: University of Florida.
73. I. N. Serpik, K. V. Muymarov, S.N. Shvachko. ALGORITHM FOR DEFORMATION ANALYSIS AND EXPERIMENTAL STUDY OF REINFORCED CONCRETE SLABS WITH UNILATERAL BONDS. International journal of applied engineering research. №5. 2016.