

УДК 624.041

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСТЕННОГО Z - ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ С ЗАКРУГЛЕНИЕМ И С УСИЛЕННОЙ ПОЛКОЙ

*Волков Владимир Павлович,*

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
г. Пенза,*

*кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика».*

### **Аннотация**

Статья посвящена определению геометрических характеристик гнутого тонкостенного стержня Z-образного профиля с закруглением и с усиленной полкой при расчете его на растяжение и изгиб с кручением. Приведены расчетные формулы для определения относительных значений длины контура, главных осевых моментов инерции и главных осевых моментов сопротивления, главных секториальных координат.

**Ключевые слова:** гнутый тонкостенный стержень, Z-образный профиль, главные центральные оси сечения, главные осевые моменты инерции, главные осевые моменты сопротивления, главные секториальные координаты.

## GEOMETRIC CHARACTERISTICS THIN-WALLED Z-SHAPED ROD WITH ANY CURVING AND WITH REINFORCED SHELF

*Volkov Vladimir Pavlovich,*

*Penza State University of Architecture and Construction, Penza,*

*Candidate of Sciences, Associate Professor of the department «Mechanics».*

### **Abstract**

Article is devoted to definition of the geometric characteristics of a buckler thin-walled rod Z-shaped profile with any curving and with reinforced shelf for calculation this on tension, curve, turn. To deduce a formula of calculation dimensions length of contours, main axes moments of inertia and main axes moments

of resistance, main sector coordinates.

**Keywords:** buckler thin-walled rod, Z-shaped profile, the main central axes section, main axes moments of inertia, main axes moments of resistance, main sector coordinates.

Условные обозначения (рис.1):

$XU$  – главные центральные оси сечения;

$B = 2 \cdot b$  – габаритная ширина срединной линии профиля сечения;

$H = 2 \cdot h$  – габаритная высота срединной линии профиля сечения;

$\delta \ll h, b$  - постоянная толщина срединной линии профиля сечения;

$\delta_n \ll h, b$  - толщина усиленной полки;

$L$  – полная длина срединной линии профиля сечения;

$r$  – радиус закругления срединной линии профиля сечения станком;

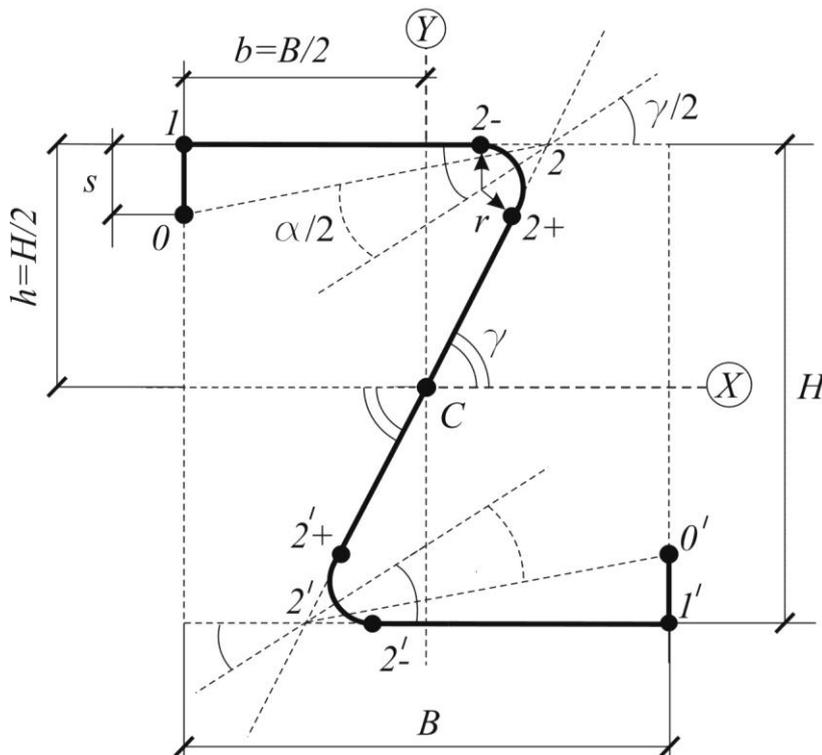
$R$  – наибольший радиус закругления срединной линии профиля сечения;

$\gamma$  - угол между наклонной стенкой профиля и осью  $X$ ;

$b_h = \frac{b}{h}$  - относительная ширина профиля сечения;

$r_h = \frac{r}{h}$  - относительный радиус закругления профиля сечения.

В статье рассматривается задача определения геометрических размеров и геометрических характеристик сечения гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения толщины  $\delta$  с усиленной толщиной  $\delta_n$  полки и с закруглением  $r$  (рис.1), т.е. определяется относительная ширина сечения  $b_h$ , при заданном значении угла  $\gamma$  и величине  $r$ , когда  $XU$  – главные центральные оси сечения, а полка параллельна оси  $X$ .



Дано:  $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ ;

$\alpha = \gamma, s = 0$ ;

$0 \leq r_h \leq \frac{\cos \gamma}{1 + \cos \gamma}$ .

Найти:  $bh - ?$

Рисунок 1 – C - центр симметрии

Частные случаи, когда полка тонкостенного Z-образного стержня *постоянной толщины*  $\delta$  параллельна главной центральной оси, рассмотрены:

- без отбортовки и без закругления, т.е. при  $\alpha = \gamma, s = 0, r = 0$  в [1];
- без отбортовки, но с учетом закругления  $r$ , т.е. при  $\alpha = \gamma, s = 0$  в [2], [3];
- с отбортовкой  $s$  и без закругления для сечения, равноудаленного от оси

$Y$ , когда  $b = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$ , т.е. при  $r = 0$  в [4]. Причём, при  $s \leq h$  задача имеет решение

при  $\gamma \geq \arcsin \frac{2}{3} \approx 0,73$ , если  $\gamma \geq 0,7522$ , то  $\alpha \geq 0, s \leq h \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \gamma}$ ;

- с отбортовкой  $s$  и с закруглением  $r$  для сечения, равноудаленного от оси

$Y$ , когда  $b = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma}$ , в [5];

- с отбортовкой  $s$ , но без закругления, т.е. при,  $r = 0$  в [6];
- с отбортовкой  $s$  и с закруглением  $r$ , т.е. при  $r_1 = 0$ , в [7].

Случай, когда усиленная полка тонкостенного Z-образного стержня *толщиной*  $\delta_n$  параллельна главной центральной оси и с толщиной стенки  $\delta$ ,

рассмотрен без учета отбортовки  $s$  и без закругления  $r$ , т.е. при  $\alpha = \gamma$ ,  $s = 0$ ,  $r = 0$  в [8].

Итак, учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения (рис.2), причём, центр тяжести, центр изгиба или центр кручения всего сечения совпадают с центром симметрии, т.е. с точкой  $C$ (рис.1).

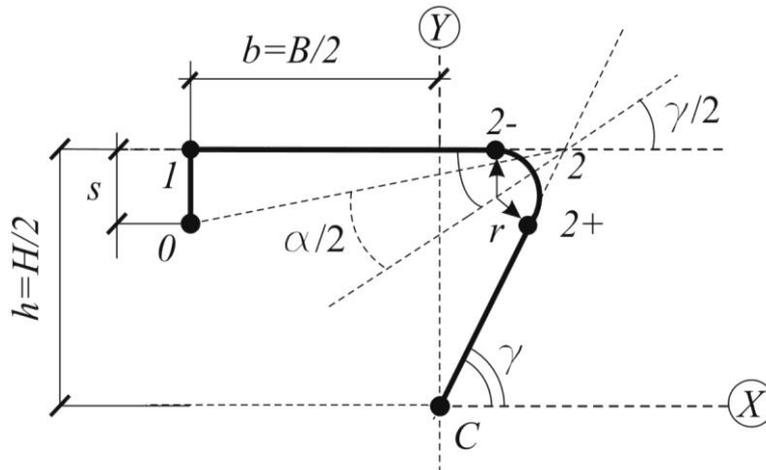


Рисунок 5 - Верхняя половина сечения.  $C$  - центр симметрии

Декартовы координаты  $x$ ,  $y$  характерных точек и длины соответствующих участков  $l$  (рис.2):

$$x_{2-} = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}, \quad y_{2-} = h, \quad l_{2-} = \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}},$$

$$x_{2+} = x_{2-} + r \cdot \sin \gamma, \quad y_{2+} = h - r - r \cdot \cos \gamma, \quad l_{2+} = \frac{h}{\sin \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}.$$

Центральные оси  $XU$  (рис.2) являются главными [7], если

$$I_{XY} = \int_0^{\frac{L}{2}} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0$$

$$\left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot \frac{h \cdot b^2}{2} = \frac{x_{2-} \cdot x_{2-} \cdot h}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} +$$

$$+ \int_0^{\pi-\gamma} (x_{2-} + r \cdot \sin \varphi) \cdot (h - r + r \cdot \cos \varphi) \cdot r \cdot d\varphi,$$

$$\left(\frac{\delta_n}{\delta}\right) \cdot \frac{h \cdot b^2}{2} = \frac{x_{2-} \cdot x_{2-} \cdot h}{2} + \frac{l_{2+} \cdot x_{2+} \cdot y_{2+}}{3} +$$

$$+ r \cdot \left( x_{2-} \cdot \pi - \gamma + r \cdot 1 + \cos \gamma \cdot h - r + \left( x_{2-} + \frac{r \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r \cdot \sin \gamma \right),$$

где, вводя обозначения

$$x_h = \frac{1}{\tan \gamma} - \frac{r_h}{\tan \frac{\gamma}{2}}, \quad \beta = \pi - \gamma,$$

относительное значение  $b_h > 0$  найдем из решения квадратного уравнения:

$$\left(\frac{\delta_n}{\delta}\right) \cdot b_h^2 - \left(\frac{\delta_n}{\delta}\right) \cdot x_h^2 - \frac{2}{3} \cdot \left( x_h + \frac{r_h}{\sin \gamma} \right) \cdot 1 - r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot \left( \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) -$$

$$- r_h \cdot \left( x_h \cdot \beta + r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot 1 - r_h + \left( x_h + \frac{r_h \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r_h \cdot \sin \gamma \right) = 0$$

или

$$b_h = \sqrt{ x_h^2 + \left(\frac{\delta_n}{\delta}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( x_h + \frac{r_h}{\sin \gamma} \right) \cdot 1 - r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot \left( \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) +$$

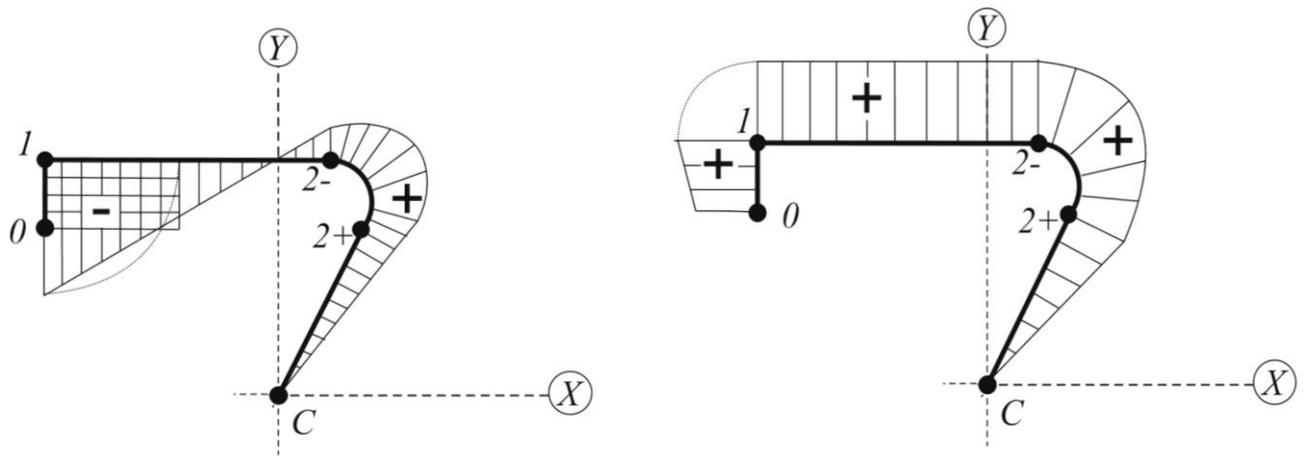
$$+ \left(\frac{\delta_n}{\delta}\right) \cdot r_h \cdot \left( x_h \cdot \beta + r_h \cdot 1 + \cos \gamma \cdot 1 - r_h + \left( x_h + \frac{r_h \cdot \sin \gamma}{2} \right) \cdot r_h \cdot \sin \gamma \right)} \quad (1)$$

Декартовы координаты  $x$ ,  $y$  других характерных точек и длины соответствующих участков  $l$  (рис.2):

$$x_0 = -b, \quad y_0 = h - s, \quad l_{01} = s \Rightarrow \left( b + \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma - \alpha}{2};$$

$$x_1 = -b, \quad y_1 = h, \quad l_{12} = b + l_{2-} \Rightarrow b + \frac{h}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}.$$

Эпюры главных центральных координат  $x(s)$  и  $y(s)$  на рис.3:



Эпюра  $x(s)$

Эпюра  $y(s)$

Рисунок 3 - C - центр симметрии

Относительные координаты точек и относительные длины участков:

$$x_{0h} = -b_h, \quad y_{0h} = 1 - s_h, \quad l_{01h} = s_h \Rightarrow \left( b_h + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right);$$

$$x_1 = -b_h, \quad y_{1h} = 1, \quad l_{12-h} \Rightarrow b_h + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}};$$

$$x_{2+h} = x_h + r_h \cdot \sin \gamma, \quad y_{2+h} = 1 - r_h - r_h \cdot \cos \gamma, \quad l_{2+h} = \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}.$$

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля  $L/H$ :

$$l_h = \frac{L}{H} = \frac{L/2}{h} \Rightarrow b_h + x_h + r_h \cdot \beta + \left( \frac{1}{\sin \gamma} - \frac{r_h}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right), \quad (2)$$

где  $L/2 = b + x_{2-} + r \cdot \beta + l_{2+}$

Относительная площадь гнутого Z-образного профиля  $A/(\delta \cdot H)$ :

$$A_{\delta h} = \frac{A}{\delta \cdot H} = \frac{A}{\delta \cdot 2 \cdot h} \Rightarrow \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot b_h - x_h + r_h \cdot \beta + l_{2+h}, \quad (3)$$

где  $A = 2 \cdot \delta \cdot \left( \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot b_h + x_{2-} + r_h \cdot \beta + l_{2+} \right)$ .

Главные осевые моменты инерции (рис.2) определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
 I_x &= \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{l/2} \delta(s) \cdot y^2(s) \cdot ds \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left( \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot l_{12-} \cdot h^2 + \frac{l_{2+}}{3} \cdot y_{2+}^2 + \int_0^\beta h - r + r \cdot \cos \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right) \\
 I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} &\Rightarrow \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot l_{12-h} + \frac{l_{2+h}}{3} \cdot y_{2+h}^2 + \\
 &+ r_h \cdot \left[ 1 - r_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot 1 - r_h \cdot \sin \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta - \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right] \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y &= \int_A x^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \int_{l/2} \delta(s) \cdot x^2(s) \cdot ds \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left( \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot \frac{l_{12-}}{3} \cdot x_1^2 + x_{2-}^2 + x_1 \cdot x_{2-} + \frac{l_{2+}}{3} \cdot x_{2+}^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^\beta x_{2-} + r \cdot \sin \varphi^2 \cdot r \cdot d\varphi \right), \\
 I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3} &\Rightarrow \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot \frac{l_{12-h}}{3} \cdot x_{1h}^2 + x_h^2 + x_{1h} \cdot x_h + \frac{l_{2+h}}{3} \cdot x_{2+h}^2 + \\
 &+ r_h \cdot \left[ x_h^2 \cdot \beta + 2 \cdot r_h \cdot x_h \cdot 1 + \cos \gamma + r_h^2 \cdot \frac{\beta + \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{2} \right]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
 W_x &= \frac{I_x}{y_{\max}} \Rightarrow \frac{I_x}{h}, \\
 W_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} &\Rightarrow I_x \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}; \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \Rightarrow \frac{I_y}{b},$$

$$W_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^2} \Rightarrow \frac{1}{b_h} \cdot I_y \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^3}. \quad (7)$$

Для нахождения главного секториального момента инерции

$I_\omega = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA$  введем секториальные координаты  $\omega$  (удвоенная площадь сектора между полюсом, начальной и текущей точками на профиле сечения стержня), где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке  $C$ , рис.4:

$$\omega_C = 0; \quad \omega_{2+} = 0;$$

$$\omega_\phi = l_{2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\phi + r^2 \cdot \beta - \sin\beta, \quad 0 \leq \phi \leq \beta, \text{ (рис. 5)}$$

$$\omega_{2-} = l_{2+} \cdot r \cdot 1 - \cos\beta + r^2 \cdot \beta - \sin\beta;$$

$$\omega_1 = \omega_{2-} + h \cdot l_{12-}$$

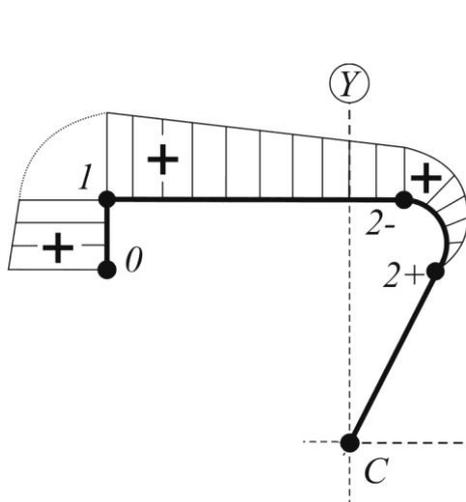


Рисунок 4 – Эпюра  $\omega(s)$

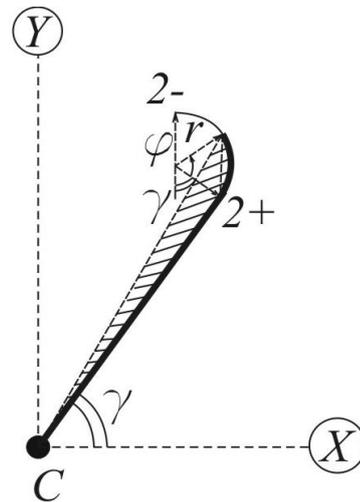


Рисунок 5 - К определению  $\omega(\phi)$  с полюсом и начальной точкой отсчета в  $C$  на участке [2-2+]

Относительные секториальные координаты  $\omega/h^2$ :

$$\omega_{2-h} = l_{2+h} \cdot r_h \cdot 1 - \cos\beta + r_h^2 \cdot \beta - \sin\beta;$$

$$\omega_{1h} = \omega_{2-h} + l_{12-h}$$

Секториальный статический момент:

$$S = \int_A \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} \delta(s) \cdot \omega(s) \cdot ds = 2 \cdot S_0 = 2 \cdot \delta \cdot h^3 \cdot S_{0h},$$

$$S_C = 0; \quad S_{2+} = 0;$$

$$S_{2-} = \delta \cdot \int_0^\beta \omega \varphi \cdot r \cdot d\varphi \Rightarrow \delta \cdot r^2 \cdot \left( l_{2+} \cdot \beta - \sin\beta + r \cdot \left( \frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos\beta \right) \right) = \delta \cdot h^3 \cdot S_{2-h}$$

$$S_1 = S_{2-} + \delta_n \cdot \frac{\omega_1 + \omega_{2-}}{2} \cdot l_{12-}$$

Относительные секториальные статические моменты  $S/(\delta \cdot h^3)$ :

$$S_{2-h} = r_h^2 \cdot \left( l_{2+h} \cdot \beta - \sin\beta + r_h \cdot \left( \frac{\beta^2}{2} - 1 - \cos\beta \right) \right)$$

$$S_{1h} = S_{2-h} + \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot \frac{\omega_{1h} + \omega_{2-h}}{2} \cdot l_{12-h}$$

Постоянная  $D$ , определяющая главную начальную точку отсчета  $M_0$  (рис.б), где  $s_0$  – расстояние от т. (2-) до точки, где  $\varpi = 0$ :

$$D = \frac{S}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{S_0}{A/2} = h^2 \cdot \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}}, \quad (8)$$

$$S_0 = \frac{D - \omega_{2-}}{h} \Rightarrow h \cdot \left( \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} - \omega_{2-h} \right) \quad (9)$$

Главные секториальные координаты  $\varpi = \omega - D$  (рис.б):

$$\varpi_C = \varpi_{2+} \Rightarrow h^2 \cdot \left( -\frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right); \quad \varpi_{2-} = h^2 \cdot \left( \omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right);$$

$$\varpi_1 \Rightarrow h^2 \cdot \left( \omega_{1h} - \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right);$$

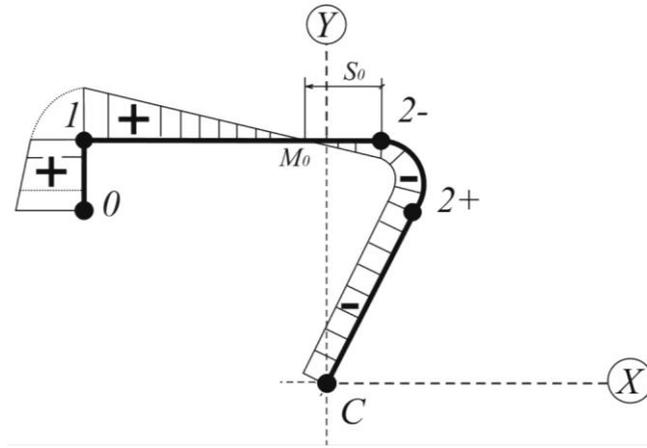


Рисунок 6 - Эпюра главных  $\varpi(s)$  с полюсом в C и начальной точкой отсчета в  $M_0$

Относительные главные секториальные координаты  $\varpi/h^2$ :

$$\varpi_{ch} = \varpi_{2+h} \Rightarrow \left( -\frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right); \quad \varpi_{2-h} = \left( \omega_{2-h} - \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right);$$

$$\varpi_{1h} \Rightarrow \left( \omega_{1h} - \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right); \quad \varpi_{0h} = \left( \omega_{0h} - \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right).$$

Главный секториальный момент инерции определяется по формуле:

$$I_{\omega} = \int_A \varpi^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} \varpi^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left( \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot \frac{l_{12-}}{3} \cdot \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_1 \cdot \varpi_2 + l_{2+} \cdot \varpi_{2+}^2 + \int_0^{\beta} \omega \varphi - D^2 \cdot r \cdot d\varphi \right)$$

$$I_{\omega} \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^5} \Rightarrow \left( \frac{\delta_n}{\delta} \right) \cdot l_{2+h} \cdot \left( -\frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right)^2 + \frac{l_{12-h}}{3} \cdot \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + \varpi_1 \cdot \varpi_2 +$$

$$+ r_h^3 \cdot \left[ l_{2+h}^2 \cdot \left( \frac{3 \cdot \beta}{2} + \frac{\sin 2\beta}{4} - 2 \cdot \sin \beta \right) + l_{2+h} \cdot r_h \cdot \beta - \sin \beta^2 + r_h^2 \cdot \left( \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\sin 2\beta}{4} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 2 \cdot \sin \beta - \beta \cdot \cos \beta \right] - 2 \cdot S_{2-h} \cdot \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} + r_h \cdot \beta \cdot \left( \frac{S_{0h}}{A_{\delta h}} \right)^2; \quad (10)$$

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной

точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [7]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s) + \frac{B_\omega}{I_\omega} \cdot \varpi(s), \quad (11)$$

где внутренние усилия:

$N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  - соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения;

$B_\omega$  - бимомент в рассматриваемом поперечном сечении, определяемый из решения дифференциального уравнения для углов закручивания при стесненном кручении тонкостенного стержня открытого профиля.

#### **Библиографический список:**

1. Волков В.П., Волкова О.В. Определение геометрических характеристик тонкостенного Z-образного стержня [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №1. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file).
2. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2015. №2. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file).
3. Волков В.П., Волкова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с закруглением для расчета на изгиб с кручением [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostenogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file).

4. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2016. №4. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) .

5. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2017. №5. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file) .

6. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой с учетом изготовления [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2017. №6. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file)

7. Волков В.П., Кустова О.В. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой и с закруглением с учетом изготовления [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2018. №7. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file)

8. Волков В.П. Напряженно-деформированное состояние тонкостенного Z-образного стержня переменной толщины без закругления. [Электронный ресурс] //Моделирование и механика конструкций. 2019. №8. URL: [http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at\\_download/file](http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitel'naya-mechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogo-sterzhnya/at_download/file)

9. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М: Высш. шк. 1995. 560 с.