

УДК 539.313

**КЛАССИФИКАЦИЯ ДИАГРАММ ОБЪЁМНОГО И
СДВИГОВОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ СЛОЖНОМ
НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ**

Бакушев Сергей Васильевич,

*Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
г. Пенза,*

доктор технических наук, профессор кафедры «Механика».

Аннотация

Рассматривается классификация диаграмм объёмного и сдвигового деформирования для сплошных сред и деформируемых тел, находящихся в условиях сложного напряжённо-деформированного состояния. Сплошные среды описываются как геометрически линейными, так и геометрически нелинейными моделями. Изложенные в статье материалы могут служить основой для построения расчётных дифференциальных уравнений равновесия при аппроксимации нелинейных диаграмм объёмного и сдвигового деформирования простыми функциями (линейными, билинейными, сплайнами и так далее).

Ключевые слова: сплошная среда, диаграммы деформирования, классификация диаграмм, геометрическая и физическая нелинейность.

**CLASSIFICATION OF VOLUME AND SHEARING
DEFORMATION DIAGRAMS AT COMBINED STRESS STATE**

Bakushev Sergey Vasilevish,

Penza State University of Architecture and Construction, Penza,

Doctor of Sciences, Professor of the department "Mechanics".

Abstract

Under analysis is classification of volume and shearing deformation for continuum and deformable bodies at combined stress strain state. Continuum is described by both geometrically linear and geometrically nonlinear models. Provided in the present article information can be used as basis for construction of score differential equations of equilibrium at approximation of nonlinear diagrams of volume and shearing deformation by simple functions (linear, nonlinear, splines etc).

Keywords: solid environment, deformation charts, classification charts, geometric and physical non-linearity.

Введение.

Точное математическое описание зависимостей между напряжениями и деформациями для геометрически линейных, нелинейно-упругих тел, либо точное математическое описание зависимостей между обобщёнными напряжениями и нелинейными деформациями для геометрически нелинейных, нелинейно-упругих тел является одним из наиболее важных факторов, определяющих адекватное описание механического поведения строительных и машиностроительных конструкций. Новожиловым В.В. в работе [1] были даны наиболее общие соотношения между обобщёнными напряжениями и нелинейными деформациями для изотропных, нелинейно-упругих тел, находящихся в условиях сложного напряжённого и деформированного состояний. Физические соотношения были построены Новожиловым В.В. на основе тензорных свойств понятий "напряжение" и "деформация". Что касается замыкающих уравнений, то он лишь указал на то, что замыкающие уравнения связывают между собой инварианты тензоров обобщённых напряжений и нелинейных деформаций. Обобщённый модуль объёмного расширения (сжатия) связывает первые инварианты, обобщённый модуль сдвига связывает вторые инварианты, фаза подобия девиаторов связывает третьи инварианты обобщённых тензоров напряжений и нелинейных деформаций. Рассматривая

сплошную среду, для которой девиаторы обобщённых напряжений и нелинейных деформаций оказываются подобными, фазу подобия девиаторов принимают равной нулю. Таким образом, для нелинейно-упругих тел и конструкций, находящихся в условиях сложного напряжённо-деформированного состояния, зависимости между обобщёнными напряжениями и нелинейными деформациями для геометрически нелинейных моделей или зависимости между напряжениями и деформациями для геометрически линейных моделей описываются при помощи диаграмм объёмного и сдвигового деформирования.

Экстраполируя диаграмму напряжений при одноосном растяжении [2, 3] на случай сложного напряжённого и деформированного состояний, можно предположить характер диаграмм объёмного $\sigma \approx \varepsilon$ и сдвигового $T \approx \Gamma$ деформирования. Как и в случае простого растяжения (сжатия), диаграммы объёмного и сдвигового деформирования при сложном напряжённом состоянии могут иметь и площадки текучести, и зоны упрочнения, и зоны разупрочнения (ниспадающие ветви). Диаграммы, имеющие площадки текучести, зоны упрочнения и ниспадающие ветви можно назвать полными.

Ранее в работах [4-8] рассматривались задачи построения дифференциальных уравнений равновесия геометрически и физически нелинейной сплошной среды в перемещениях при аппроксимации замыкающих уравнений, описывающих диаграммы объёмного и сдвигового деформирования, билинейными функциями. При этом предполагалось, что диаграммы и объёмного и сдвигового деформирования являются возрастающими и нелинейно-непрерывными, и описываются "простыми" аналитическими выражениями. Такие диаграммы не в полной мере иллюстрируют эволюцию напряжённо-деформированного состояния при деформировании произвольной сплошной среды, так как являются, вообще говоря, частью полных диаграмм.

Аппроксимация полных диаграмм объёмного и сдвигового деформирования при помощи билинейных функций может привести, очевидно, к значительным погрешностям в расчётах. Ввиду этого, полные диаграммы следует, видимо, аппроксимировать тремя или большим числом линейных функций.

Гипотетически, диаграммы объёмного и сдвигового деформирования при сложном напряжённом состоянии в самом общем случае можно классифицировать следующим образом.

1. Диаграмма объёмного $\sigma \approx \varepsilon$ и диаграмма сдвигового $T \approx G$ деформирования описываются нелинейно-возрастающими функциям (рис. 1, а).
2. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, диаграмма сдвигового деформирования нелинейна и имеет площадку текучести (рис. 1, б).
3. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения (рис. 1, в).
4. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь (рис. 1, г).

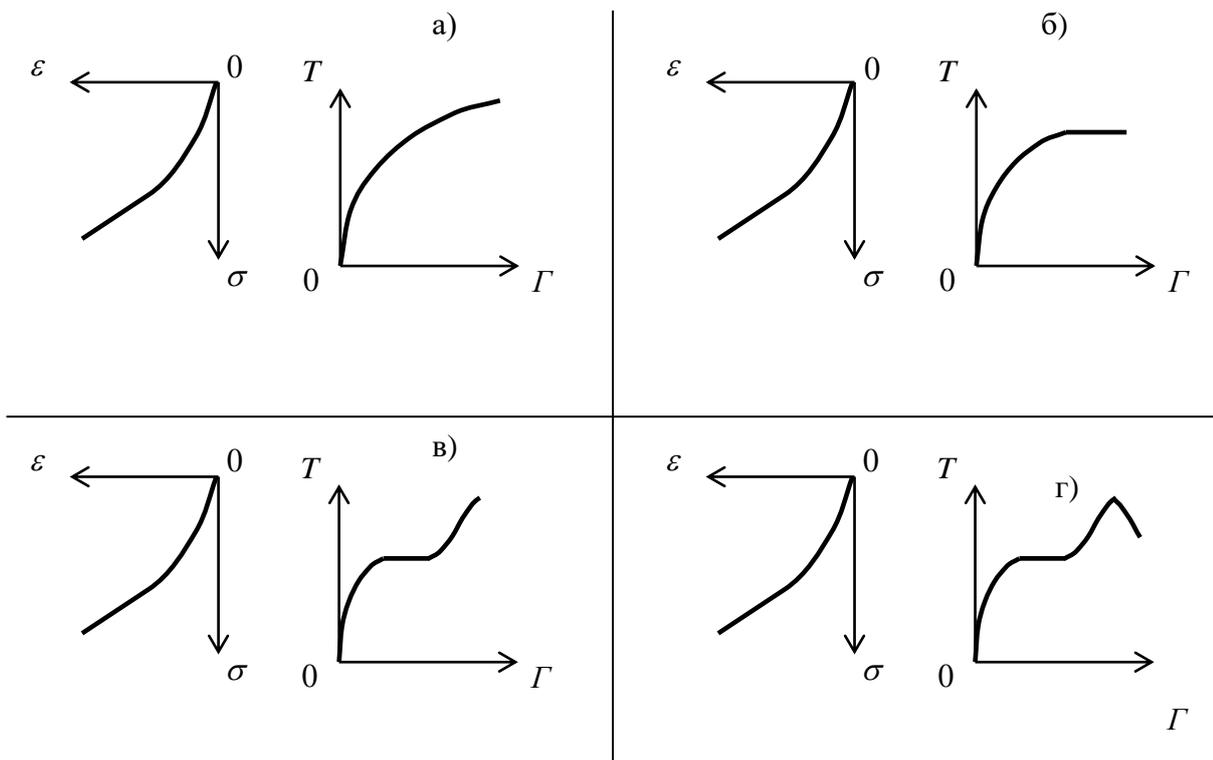


Рисунок 1 - Диаграммы объёмного и сдвигового деформирования

5. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна и имеет площадку текучести, диаграмма сдвигового деформирования нелинейна (рис. 2, а).
6. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна и имеет площадку текучести, диаграмма сдвигового деформирования нелинейна и имеет площадку текучести (рис. 2, б).
7. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна и имеет площадку текучести; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения (рис. 2, в).
8. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна и имеет площадку текучести; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь (рис. 2, г).

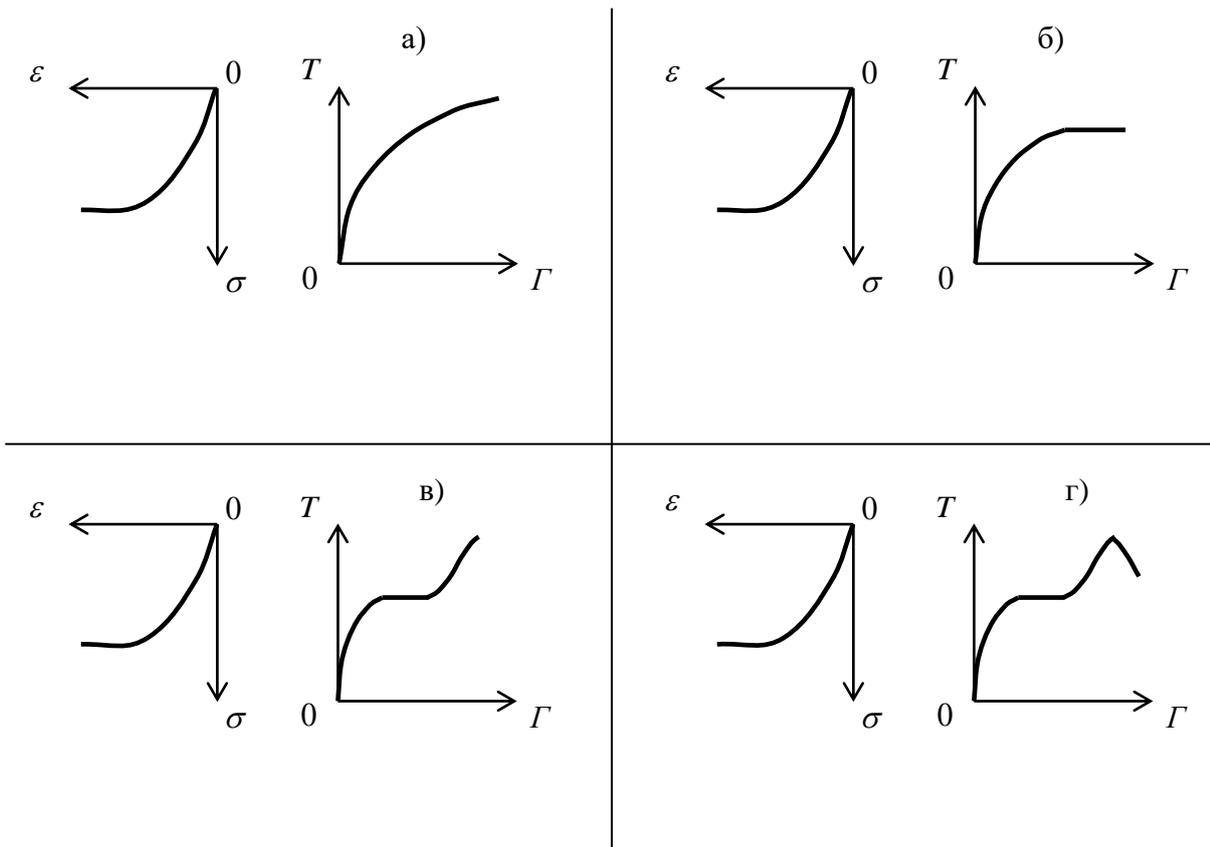


Рисунок 2 - Диаграммы объёмного и сдвигового деформирования

9. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна (рис. 3, а).
10. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна и имеет площадку текучести (рис. 3, б).
11. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения (рис. 3, в).
12. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь (рис. 3, г).

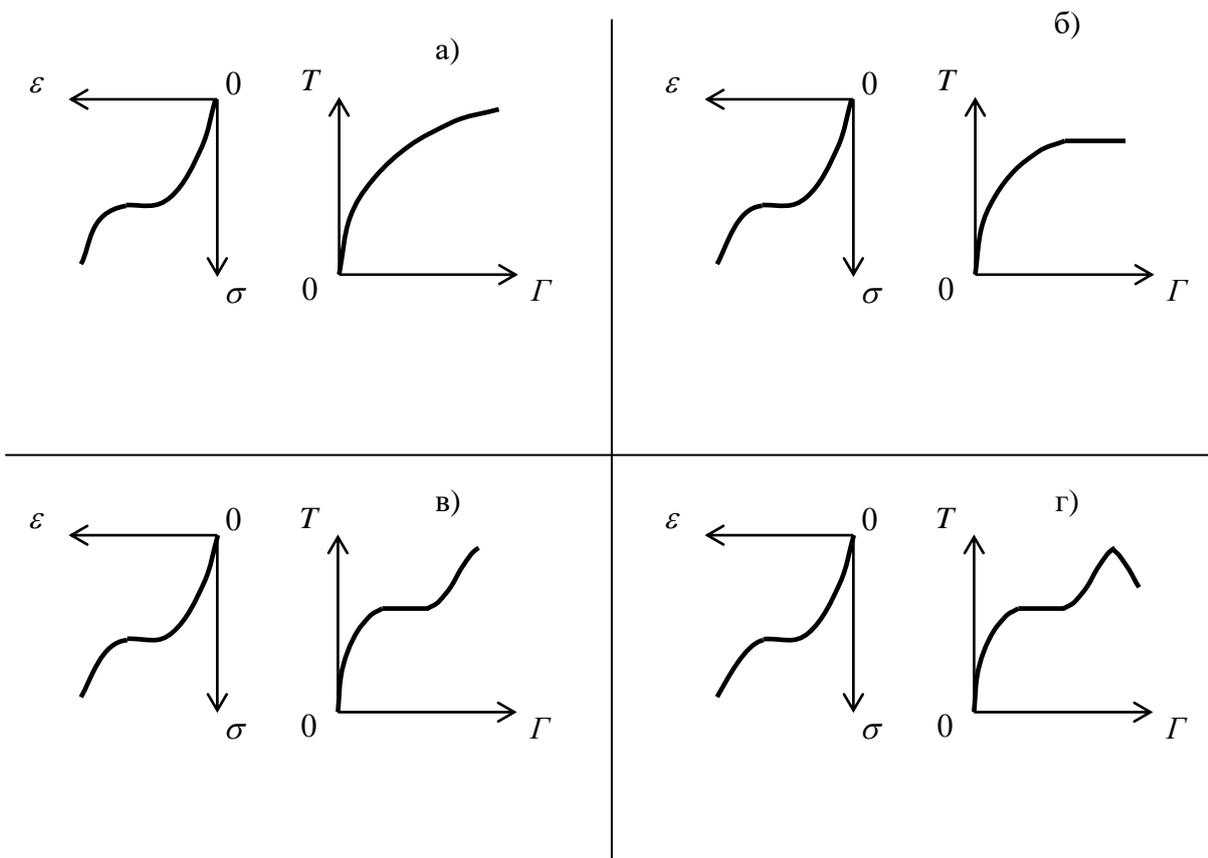


Рисунок 3 - Диаграммы объёмного и сдвигового деформирования

13. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна (рис. 4, а).
14. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна и имеет площадку текучести (рис. 4, б).
15. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь; диаграмма сдвигового деформирования нелинейна, имеет площадку текучести и зону упрочнения (рис. 4, в).
16. Диаграмма объёмного деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь; диаграмма сдвигового

деформирования нелинейна, имеет площадку текучести, зону упрочнения и нисходящую ветвь (рис. 4, г).

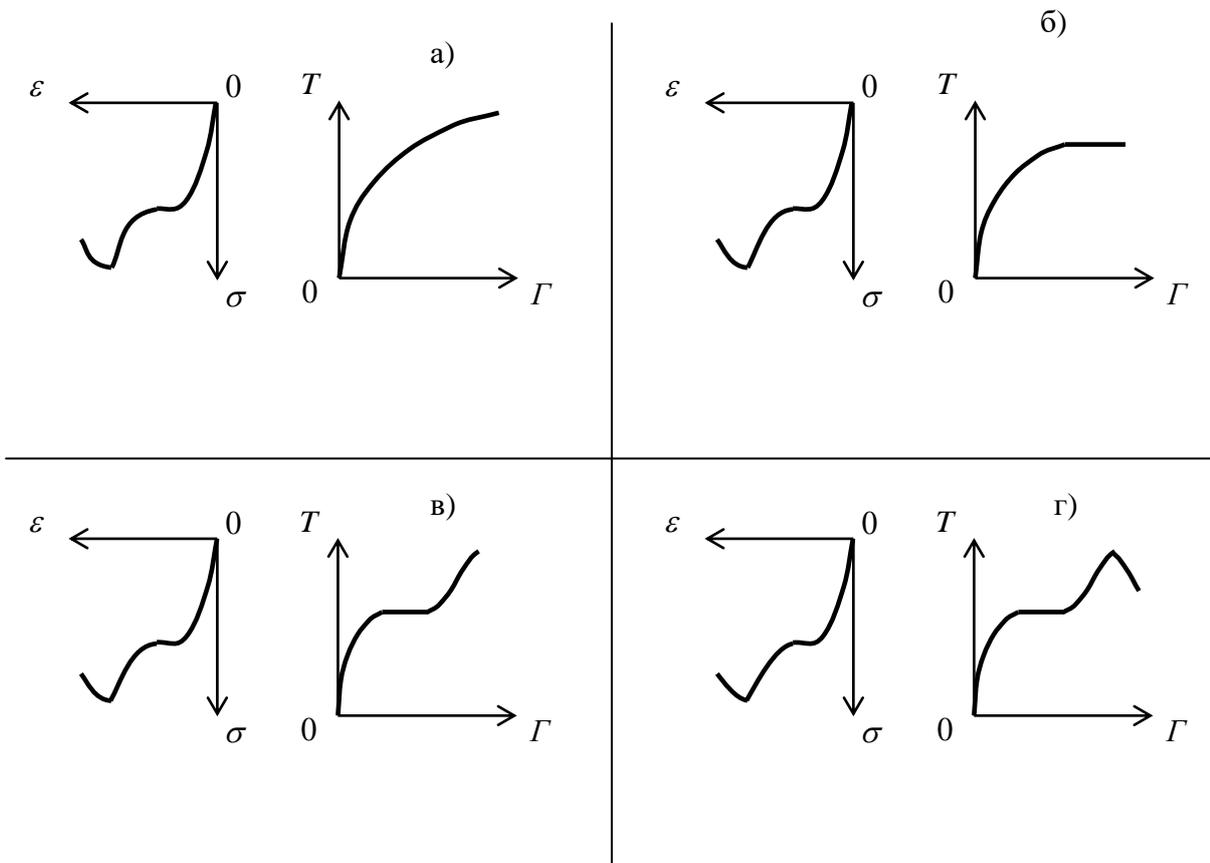


Рисунок 4 - Диаграммы объёмного и сдвигового деформирования

Если каждый участок рассматриваемых диаграмм деформирования аппроксимировать линейной функцией, то в наиболее общем случае мы получим четырёх-линейные диаграммы; если же каждый участок, кроме участка текучести, аппроксимировать билинейной функцией, то в наиболее общем случае диаграммы будут описываться семилинейной аппроксимацией.

Приведённая выше классификация диаграмм деформирования остаётся справедливой как для твёрдых тел, описываемых геометрически линейными моделями, так и для тел, описываемых геометрически нелинейными моделями. Так что на рис. 1 - 4 обозначено: σ – первый инвариант тензора напряжений для геометрически линейной модели, либо первый инвариант тензора обобщённых напряжений для геометрически нелинейной модели; ε – первый

инвариант тензора деформаций для геометрически линейной модели, либо первый инвариант тензора нелинейных деформаций для геометрически нелинейной модели; T – интенсивность касательных напряжений для геометрически линейной модели, либо интенсивность обобщённых касательных напряжений для геометрически нелинейной модели; G – интенсивность деформаций сдвига для геометрически линейной модели, либо интенсивность нелинейных деформаций сдвига для геометрически нелинейной модели.

Заключение.

Изложенные в статье материалы могут быть использованы при разработке теории расчёта сплошных сред и деформируемых тел, находящихся в условиях сложного напряжённо-деформированного состояния, и описываемых как геометрически линейными, так и геометрически нелинейными моделями.

Библиографический список:

1. Новожилов В.В. Теория упругости. Судпромгиз, 1958. 370 с.
2. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Учебник для студентов вузов. М.: Машиностроение. 1968. 400 с.
3. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука. 1969. 420с.
4. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия центрально-симметричной деформации при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений. // Известия ВУЗов. Строительство. 2018. №11 (719). С.5-19.
5. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия осесимметричной деформации при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений. // Строительная механика и расчёт сооружений. 2019. №1. С.8-17.

6. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия сплошной среды для плоской деформации в декартовых координатах при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений (геометрически линейная модель). // Региональная архитектура и строительство. 2019., №1(38). С.76-85.

7. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия сплошной среды для плоской деформации в декартовых координатах при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений (геометрически нелинейная модель). // Региональная архитектура и строительство. 2019. №2(39). С.86-100.

8. Бакушев С.В. Аппроксимация диаграмм деформирования билинейными функциями. // Строительная механика и расчёт сооружений. 2019. №2 (283). С.2-11.